Dissertação de Mestrado

Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

Análise de Desempenho de Redes de Rádios Cognitivos com Sensoriamento Espectral Perfeito e Imperfeito

Gabriel Bearare Pereira

Fevereiro / 2019

INSTITUTO NACIONAL DE TELECOMUNICAÇÕES – INATEL
MESTRADO EM TELECOMUNICAÇÕES

Análise de Desempenho de Redes de Rádios Cognitivos com Sensoriamento Espectral Perfeito e Imperfeito

GABRIEL BEARARE PEREIRA

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Telecomunicações.

ORIENTADOR: PROF. DR. JOSÉ MARCOS CÂMARA BRITO

Santa Rita do Sapucaí – MG
2019

Pereira, Gabriel Bearare
P436a
Análise de Desempenho de Redes de Rádios Cognitivos com Sensoriamento Espectral Perfeito e Imperfeito. / Gabriel Bearare Pereira. – Santa Rita do Sapucaí, 2019
128 p.

Orientador: Prof. Dr. José Marcos Câmara Brito.
Dissertação de Mestrado em Telecomunicações – Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL.
Inclui bibliografia.

1. Rádios cognitivos. 2. Sensoriamento Espectral. 3. Cadeias de Markov. 4. Análise de Desempenho. 5. Mestrado em Telecomunicações. I. Brito, José Marcos Câmara. II. Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL. III. Análise de Desempenho de Redes de Rádios Cognitivos com Sensoriamento Espectral Perfeito e Imperfeito.

CDU 621.39

Ficha Catalográfica elaborada pelo Bibliotecário da Instituição
CRB6-2718 – Paulo Eduardo de Almeida

Biblioteca Ministro Olavo Bilac Pinto"

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em __/__/____, pela comissão julgadora:

_____

Prof. Dr. José Marcos Câmara Brito
INATEL (Orientador)

_____

Prof. Dr. Samuel Baraldi Mafra
INATEL

_____

Prof. Dr. Paulo Cardieri
FEEC - UNICAMP

_____

Prof. Dr. José Marcos Câmara Brito
Coordenador do Curso de Mestrado – INATEL

À minha família e todos meus amigos.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus pela generosidade.

Ao Instituto Nacional de Telecomunicações por dar a oportunidade de conclusão dessa etapa importante na vida acadêmica.

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Marcos Câmara Brito, por todo o tempo dedicado, paciência e orientação.

À minha família, em especial aos meus pais Ernisio e Lucinei por todo apoio fornecido. À minha namorada Mayra pela compreensão, por toda ajuda emocional e carinho.

A todos os amigos da cidade e do mestrado pelo apoio, em especial aos amigos Fernando, Elvira, Miguel, Ana Paula, Geordan, José Vitor, Marcus e Adriano, por toda ajuda oferecida e pela amizade.

A todo corpo docente do Inatel pelo apoio e oportunidades oferecidas. Em especial ao Prof. Msc. João Bosco Assis Leite, ao Prof. Dr. Alexandre Baratella Lugli e ao Prof. Msc. Antonio Alves Ferreira Júnior pela oportunidade de atuar como PED.

A Sra. Gisele Moreira dos Santos, pelo excelente trabalho e por toda atenção.

Às instituições que financiaram parcialmente este trabalho, como a CAPES, o MCTIC e a Finep, estes com recursos do Funttel, contrato No. 01.14.0231.00, sob o projeto Centro de Referência em Radiocomunicações (CRR) do Instituto Nacional de Telecomunicações - Inatel, Brasil.

Sumário

LISTA DE FIGURAS ..... **viii**

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS ..... **xi**

LISTA DE SÍMBOLOS ..... **xii**

RESUMO ..... **Xv**

ABSTRACT ..... **Xvi**

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO **1**

1.1 Contextualização 1

1.2 Rádio Cognitivo 3

1.2.1 Acesso oportunista em redes de rádios cognitivos 4

1.2.2 Modelo de compartilhamento hierárquico do espectro em redes de rádios cognitivos 4

1.3 Motivação e objetivo da dissertação 5

1.4 Estrutura e contribuições da dissertação 7

CAPÍTULO 2 – MODELAGEM DOS SISTEMAS DE RÁDIOS COGNITIVOS E FUNDAMENTOS TEÓRICOS BÁSICOS **9**

2.1 Introdução 9

2.2 Definição dos sistemas de redes de Rádios Cognitivos com sensoriamento perfeito e imperfeito 10

2.2.1 Cenário de rede adotado em ambos os sistemas 10

2.3 Probabilidade de erro de bit para modulação M-QAM 12

2.4 Modelo de canal 14

2.5 Cálculo da PER exata 16

2.5.1 PER exata instantânea 16

2.5.2 PER exata média 17

2.6 Processos Estocásticos e Processos Markovianos 17

2.6.1 Processos Estocásticos 17
2.6.2 Processos Markovianos 18
2.6.2.1 Definição 19
2.6.2.1.1 Processos Markovianos homogêneos..... 19
2.6.3 Cadeias de Markov 20
2.6.3.1 Cadeias de Markov de Tempo Contínuo 20
2.6.3.1.1 Definição 20
2.6.3.1.2 Cadeias de Markov de Tempo Contínuo ergódicas 26
2.6.3.1.3 Classificação da Cadeia de Markov de Tempo Contínuo 26
2.7 Teoria de filas 27
2.8 Método MGM 28

CAPÍTULO 3 – ANÁLISE DE ATRASO E MÉTRICA POWER EM UM SISTEMA DE RÁDIOS COGNITIVOS COM FILAS E RETRANSMISSÃO, CONSIDERANDO CANAL COM DESVANECIMENTO NAKAGAMI-M E SENSORIAMENTO ESPECTRAL PERFEITO **48**

3.1 Introdução 48
3.2 Modelo de Sistema 49
3.3 Análise do atraso para usuários primários e secundários 50
3.3.1 Atraso dos pacotes gerados por UPs 51
3.3.2 Atraso dos pacotes gerados por USs 53
3.4 Métrica Power 54
3.5 Resultados Numéricos 55
3.5.1 Sistema com retransmissões ilimitadas 56
3.5.2 Sistema com retransmissões limitadas 59
3.5.3 Sistema com retransmissões ilimitadas e variações de SNR 62
3.6 Conclusões 70

CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DE ATRASO E MÉTRICA POWER EM UM SISTEMA DE RÁDIOS COGNITIVOS COM FILAS E RETRANSMISSÃO, CONSIDERANDO CANAL COM DESVANECIMENTO RAYLEIGH E SENSORIAMENTO ESPECTRAL IMPERFEITO **72**

4.1 Introdução 72
4.2 Modelagem do sistema 73
4.3 Cálculo das probabilidades de estado em regime estacionário 76
4.3.1 Definição das taxas de atendimento relacionadas ao sistema 76
4.3.2 Exemplo da metodologia para obtenção das probabilidades de estado em regime estacionário 77
4.3.2.1 Definição da matriz Q e das sub-matrizes relacionadas às transições da CMTC 78
4.3.2.2 Condição de estabilidade do sistema 80
4.3.2.3 Obtenção da matriz *R*, relacionada às transições constantes da CMTC 81
4.3.2.4 Obtenção dos vetores de probabilidades de estado em regime estacionário π_0 e π_1 82
4.4 Cálculo dos parâmetros de desempenho do sistema 83
4.4.1 Atraso de pacotes da rede primária 83
4.4.2 Atraso de pacotes da rede secundária 84
4.4.3 Métrica *Power* para a rede primária 85
4.4.4 Métrica *Power* para a rede secundária 85
4.5 Resultados Numéricos 86
4.5.1 Comparação entre modelo M/M/1 baseado em modelo apresentado no Capítulo III e modelo avaliado através do método MGM 86
4.5.2 Comparação entre modelos avaliados através do método MGM considerando sensoriamento espectral perfeito e imperfeito 89
4.5.3 Análise da variação de desempenho nas redes primária e secundária, em função das probabilidades de erro de sensoriamento *Pd* e *Pfa* 93
4.6 Conclusões 101

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES **103**

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS **106**

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Balanço de tráfego de dados móveis global em exabytes/ano 2
Figura 1.2 – Acesso oportunista ao espectro 5
Figura 2.1 – Estrutura de canal considerada neste estudo 11
Figura 2.2 – Representação de constelação quadrada para modulação 16-QAM 12
Figura 2.3 – CMTC bi-dimensional utilizada como exemplo na apresentação do método MGM 30
Figura 3.1 – Sistema onde são permitidas infinitas retransmissões 50
Figura 3.2 – Sistema onde o número máximo de retransmissões é limitado 50
Figura 3.3 – W_1 para AWGN e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26 dB 57
Figura 3.4 – W_2 para AWGN e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26 dB 58
Figura 3.5 – *Power* secundária para AWGN e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26 dB 58
Figura 3.6 – W_1 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26 dB 59
Figura 3.7 – W_2 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26 dB 60
Figura 3.8 – *Power* secundária para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26 dB 61
Figura 3.9 – *Power* secundária para m=0.5 considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26 dB 62
Figura 3.10 – W_1 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=20 dB 63
Figura 3.11 - W_2 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=20 dB 64
Figura 3.12 – *Power* secundária para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=20 dB 65

Figura 3.13 - W_1 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=32 dB 66
Figura 3.14 - W_2 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=32 dB 67
Figura 3.15 – *Power* secundária para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=32 dB 69
Figura 4.1 – CMTC bi-dimensional modelando sistema com erros de sensoriamento espectral 74
Figura 4.2 – Curva do atraso total médio na rede primária considerando sistema M/M/1 e modelo proposto através de CMTC, para várias ordens de modulação 87
Figura 4.3 – Curva do atraso total médio na rede secundária considerando sistema M/M/1 e modelo proposto através de CMTC, para várias ordens de modulação 88
Figura 4.4 – *Power* secundária considerando sistema M/M/1 e modelo proposto através de CMTC, para várias ordens de modulação 89
Figura 4.5 – Curva do atraso total médio na rede primária considerando modelo proposto através de CMTC com sensoriamento espectral perfeito e imperfeito 90
Figura 4.6 – Curva do atraso total médio na rede secundária considerando modelo proposto através de CMTC com sensoriamento espectral perfeito e imperfeito 91
Figura 4.7 – *Power* secundária considerando modelo proposto através de CMTC com sensoriamento espectral perfeito e imperfeito 92
Figura 4.8 – Curva do atraso total médio na rede primária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento, para o primeiro cenário .. 94
Figura 4.9 – Curva do atraso total médio na rede secundária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento, para o primeiro cenário .. 95
Figura 4.10 – Curva do atraso total médio na rede primária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento, para o segundo cenário .. 96
Figura 4.11 – Curva do atraso total médio na rede secundária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento, para o segundo cenário 97

Figura 4.12 – Curva do atraso total médio na rede primária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento, para o terceiro cenário .. 98
Figura 4.13 – Curva do atraso total médio na rede secundária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento, para o terceiro cenário 99
Figura 4.14 – Curva do atraso total médio na rede primária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento 100
Figura 4.15 – Curva do atraso total médio na rede secundária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento 101

Lista de Abreviaturas e Siglas

ANATEL	-	Agência Nacional de Telecomunicações
APK	-	Amplitude Phase Keying
ASK	-	Amplitude Shift Keying
AWGN	-	Additive White Gaussian Noise
BER	-	Bit Error Rate
CMTC	-	Cadeia de Markov de Tempo Contínuo
CMTD	-	Cadeia de Markov de Tempo Discreto
erfc	-	Função erro complementar
FCC	-	Federal Communications Comission
FDC	-	Função Densidade de distribuição Cumulativa
FDP	-	função densidade de probabilidade
FIFO	-	First-In-First-Out
fmp	-	Função Massa de Probabilidade
ITU	-	International Telecommunications Union
MGM	-	Matrix-Geometric Method
MPAM	-	Multilevel Pulse Amplitude Modulation
ONU	-	Organização das Nações Unidas
PER	-	Packet Error Rate
Pfa	-	Probabilidade de falso-alarme
Pmd	-	Probabilidade de *miss-detection*
PSK	-	Phase Shift Keying
QAM	-	Quadrature Amplitude Modulation
QBD	-	Quasi-Birth-Death
QoS	-	Quality of Service
SNR	-	Signal-to-Noise Ratio
UPs	-	Usuários Primários
USs	-	Usuários Secundários
Wi-Fi	-	Wireless Fidelity

Lista de Símbolos

A_k	Sub-matriz referente à parte repetitiva da cadeia
B	Largura de banda necessária para transmissão
$B_{i,i}$	Sub-matriz referente à parte limitante da cadeia
BW	Largura de banda do canal
$E[X]$	Tempo médio para se transmitir um pacote corretamente
$E[X_1]$	Tempo médio efetivo para transmissão de um pacote na rede primária
$E[X_1^2]$	Valor quadrático médio do tempo efetivo para transmissão de um pacote na rede primária
$E[X_1^2]_{M/M/1}$	Valor quadrático médio do tempo efetivo para transmissão de um pacote na rede primária considerando um modelo de fila M/M/1
$E[X_2]$	Tempo médio efetivo para transmissão de um pacote na rede secundária
$E[X_2^2]$	Valor quadrático médio do tempo efetivo para transmissão de um pacote na rede secundária
$E[X_2^2]_{M/M/1}$	Valor quadrático médio do tempo efetivo para transmissão de um pacote na rede secundária considerando um modelo de fila M/M/1
E_b	Energia de bit
i	Nível da cadeia
I	Matriz identidade
i_{max}	Número de níveis na cadeia
J	Matriz auxiliar
j	Estado da cadeia
j_{max}	Número de estados em cada nível da cadeia
l	Número de níveis limitantes na cadeia
l_p	Comprimento do pacote
l_{p1}	Comprimento do pacote primário
l_{p2}	Comprimento do pacote secundário
m	Fator de desvanecimento Nakagami-m
M_n	Número de pontos na constelação da modulação corrente
n	Ordem de modulação
N	Número de estados na cadeia de Markov
N_0	Densidade espectral de ruído

N_R	Número de retransmissões
N_{Rmax}	Número máximo de retransmissões
P_b	Probabilidade de erro de bit
Pb_1	Probabilidade de bloqueio de pacotes da rede primária
Pb_2	Probabilidade de bloqueio de pacotes da rede secundária
Pd	Probabilidade de detecção correta
P_d	Probabilidade de descarte de pacote
P_{fa}	Probabilidade de ocorrência de um falso-alarme.
P_{md}	Probabilidade de erro de detecção (*miss-detection*).
P_e	Probabilidade de erro de símbolo
$PER_n(\gamma)$	Taxa de erro de pacote instantânea exata na modulação corrente
$\overline{PER_n}(\bar{\gamma})$	Taxa de erro de pacote média exata na modulação corrente
$\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})$	Taxa de erro de pacote média exata na rede primária na modulação corrente
$\overline{PER_{n2}}(\bar{\gamma})$	Taxa de erro de pacote média exata na rede secundária na modulação corrente
$Power_1$	Métrica *power* para a rede primária
$Power_2$	Métrica *power* para a rede secundária
Q	Matriz geradora
R	Matriz de taxas de transição constantes
R_b	Taxa de transmissão em bits por segundo
R_{b1}	Taxa de transmissão em bits por segundo na rede primária
R_{b2}	Taxa de transmissão em bits por segundo na rede secundária
R_n	Número de bits por símbolo
S	Conjunto que define o espaço de todos os estados possíveis de um processo estocástico
S_0	Disponibilidade do espectro
S_1	Indisponibilidade do espectro
t_0	Instante de tempo inicial
T	Conjunto de parâmetros de tempo relacionados a uma cadeia de Markov contínua no tempo
W_1	Atraso médio total na rede primária

W_2	Atraso médio total na rede secundária
X_1	Tempo de transmissão efetivo da rede primária
X_2	Tempo de transmissão efetivo da rede secundária
β	Eficiência de largura de banda
γ	Relação sinal-ruído
$\bar{\gamma}$	Relação sinal-ruído média
$\lfloor x \rfloor$	Função piso (*floor*)
$\Gamma(m)$	Função Gamma,
$[\,]^{\mathrm{T}}$	Matriz transposta
λ_1	Taxa média de chegada de pacotes na rede primária
λ_2	Taxa média de chegada de pacotes na rede secundária
μ	Taxa de serviço efetiva
μ_1	Taxa de serviço efetiva para rede primária
μ_2	Taxa de serviço efetiva para rede secundária
ρ	Fator de utilização do canal
ρ_1	Utilização do canal pela rede primária
ρ_2	Utilização do canal pela rede secundária
π	Vetor de probabilidades em regime estacionário
τ_1	Tempo necessário para uma tentativa de transmissão de pacote na rede primária
τ_2	Tempo necessário para uma tentativa de transmissão de pacote na rede secundária

Resumo

A demanda por taxas de transmissão cada vez mais altas, associada à atual escassez do espectro licenciado nas redes sem fio, evidenciam a necessidade de se otimizar o uso do espectro, a fim de dar suporte ao crescente número de dispositivos conectados nas redes. As redes de Rádios Cognitivos, objeto de estudo desta dissertação, vêm sendo estudadas com o objetivo de se obter uma melhor ocupação do espectro, permitindo que maiores taxas de transmissão sejam alcançadas, possibilitando que se garantam níveis de qualidade de serviço QoS (*Quality of Service*) cada vez mais altos. Analisar o desempenho de uma rede de Rádios Cognitivos é de primordial importância para se garantir a viabilidade de implementação de tal tecnologia. Neste trabalho analisa-se o desempenho de redes de Rádios Cognitivos para diversos cenários, utilizando modelos de filas com prioridade na análise de uma rede de Rádios Cognitivos onde erros de sensoriamento espectral são desconsiderados e uma cadeia de Markov de tempo contínuo, proposta para modelar a dinâmica de uma rede de Rádios Cognitivos onde possíveis erros de sensoriamento espectral ocorrem. Três parâmetros de desempenho foram considerados nas análises, sendo apresentados resultados numéricos, bem como discussões acerca dos resultados obtidos, ao longo do trabalho. Além disso, compara-se o desempenho entre sistemas onde os sensoriamentos espectrais são perfeito e imperfeito, bem como entre algumas das possíveis variações nos parâmetros de cada sistema.

Palavras chave: Cadeia de Markov, rádio cognitivo, sensoriamento imperfeito, análise de desempenho.

Abstract

The demand for even higher transmission rates coupled with the current scarcity of licensed spectrum in wireless networks underscores the need to optimize spectrum usage in order to support the growing number of connected devices in the networks. The Cognitive Radio networks, object of study in this dissertation, have been studied with the objective of obtaining a better occupation of the spectrum, allowing higher transmission rates to be achieved and to guarantee higher Quality of Service (QoS). Analyzing the performance of Cognitive Radio networks is of paramount importance to ensure the feasibility of implementing such technology. This work analyzes the performance of Cognitive Radio networks for several scenarios, using the concept of queues with priority in the analysis of a Cognitive Radios network where spectral sensing errors are not considered and a continuous-time Markov chain proposed to model the dynamics of a Cognitive Radios network where possible spectral sensing errors occur. Three performance parameters were considered in the analyzes, presenting numerical results, as well as discussions about the results obtained, throughout the dissertation. In addition, the performance parameters are compared between systems where spectral sensing is perfect and imperfect, as well as for some of the possible variations in the parameters of each system.

Keywords: Markov chain, cognitive radios, imperfect sensing, performance analysis.

Capítulo 1

Introdução

1.1. Contextualização

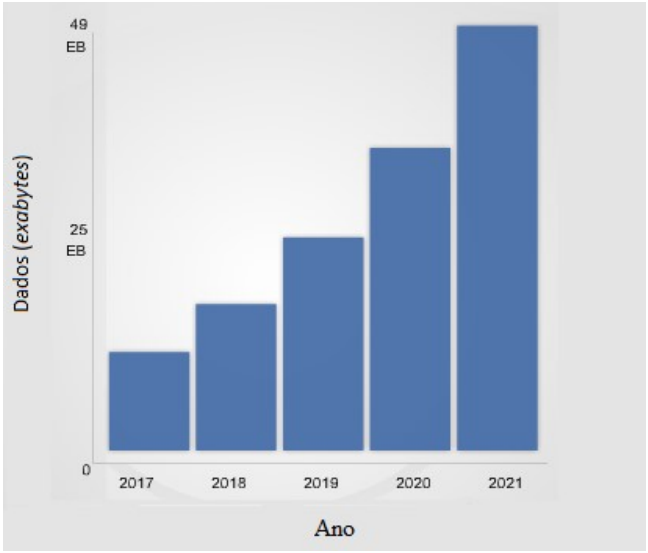
No cenário das comunicações sem fio, o espectro eletromagnético é o recurso utilizado na transmissão das ondas eletromagnéticas, na faixa de frequências entre 3 *kHz* e 300 G*Hz*. A regulamentação em relação à utilização das faixas de freqüência do espectro eletromagnético se dá por meio de órgãos governamentais. No Brasil, a ANATEL (Agência Nacional de Telecomunicações) é responsável por gerenciar e fiscalizar o uso do espectro dentro do território nacional. Já em âmbito internacional, a ITU (International Telecommunications Union), uma agência da ONU (Organização das Nações Unidas), é a responsável por coordenar e padronizar a utilização do espectro.

Nos cenários atuais, a agência reguladora é a responsável por fazer a concessão de direitos de ocupação do espectro aos usuários. Tal ocupação se dá por meio da alocação de uma faixa de frequência em determinada região geográfica. Essa concessão pode ser considerada uma alocação de recursos fixa, uma vez que o período pelo qual o usuário licenciado tem direito sobre a utilização do recurso geralmente é extenso. Outro fator importante é que o usuário licenciado tem direito exclusivo sobre a faixa de frequência que lhe foi concedida [1]. Estudos apresentados pelo SPTF (*Spectrum Policy Task Force*), um órgão da FCC (*Federal Communications Comission*), sendo esta a agência responsável pela gerência do espectro nos Estados Unidos, comprovam que esse tipo de alocação, na qual um usuário tem direito exclusivo sobre determinada faixa de frequência, se torna ineficiente à medida que determinadas faixas de frequência permanecem na maior parte do tempo subutilizadas, enquanto outras faixas espectrais apresentam congestionamento [2].

Dessa forma, um aparente congestionamento do espectro ou a escassez de faixas de frequências disponíveis, na maioria das vezes, se dá devido à má utilização dos recursos espectrais, apresentando subutilização em determinadas faixas e sobrecarga em outras.

O crescimento do volume de dados trafegados a partir de dispositivos móveis sugere um estrangulamento da capacidade das redes atuais em um futuro próximo. O impacto de maior relevância no aumento do congestionamento espectral se deve ao crescimento exponencial de dispositivos conectados à Internet, tais como *smartphones* e computadores portáteis. A popularização de tais dispositivos aliada ao surgimento das redes sociais e aplicativos de *streaming* de áudio e vídeo, aumentam cada vez mais a necessidade de ocupação da banda espectral. A ocorrência de tal aumento se deve ao fato de que dispositivos móveis fazem uso do espectro para transmissão de dados, sendo através dos recursos de telefonia móvel ou redes Wi-Fi (*Wireless Fidelity*).

A Figura 1.1 apresenta o crescimento no tráfego de dados móveis a nível global, em *exabytes* por mês, estimada pela empresa Cisco [3].



Fonte: Cisco VNI Moblie, 2017 [3]

Figura 1.1 - *Balanço de tráfego de dados móveis global em exabytes/ano.*

De acordo com o balanço apresentado pela Cisco, o volume total de dados transmitidos através das redes móveis em todo o mundo deve sofrer um crescimento abrupto. Passando dos 11,183 *exabytes* por mês em 2017, para 48,270 *exabytes* por mês em 2021, o que significa um crescimento médio anual de 46% no volume de dados trafegados durante o período analisado.

Já na América Latina, os atuais 724 *petabytes* trafegados deverão saltar para 3,124 *exabytes* em 2021 [3].

No cenário nacional, de acordo com um balanço da Telebrasil (Associação Brasileira de Telecomunicações), a marca de 202 milhões de acessos móveis à internet foi atingida no fim de Junho de 2017, considerando acessos através das tecnologias 3G e 4G. No mesmo período, considerando os acessos totais à Internet por meio de redes fixas e móveis, tem-se 229,6 milhões de acesso, ou seja, apenas 27,5 milhões de acessos foram realizados por meio de redes fixas [4].

A fim de dar suporte ao crescimento exponencial do tráfego nas redes móveis, várias tecnologias inovadoras vêm sendo estudadas, tendo por objetivo principal um melhor aproveitamento do espectro, visando garantir níveis de qualidade de serviço (*Quality of Service* - QoS), provendo taxas de transmissão cada vez mais altas e atrasos de transmissão cada vez mais baixos. Neste trabalho serão investigados cenários onde a tecnologia de compartilhamento espectral por meio de Rádios Cognitivos é empregada. Tal modelo de rádio vem sendo considerado uma solução promissora para uma ocupação mais eficiente do espectro.

1.2 Rádio Cognitivo

A tecnologia de rádios cognitivos, proposta inicialmente por Joseph Mitola em 1999 [5], vem sendo estudada com o objetivo de se obter uma melhor ocupação do espectro, permitindo que maiores taxas e maior capacidade de transmissão sejam alcançadas [1]. O conceito de transmissão oportunista e de rádio cognitivo propõe o compartilhamento da mesma porção de espectro licenciado por usuários de classes diferentes: usuários primários (UPs), que são licenciados e tem prioridade sobre o canal, e usuários secundários (USs), denominados oportunistas [5].

O rádio cognitivo baseia-se no desenvolvimento de um rádio inteligente, capaz de tomar decisões autônomas a partir da avaliação dos parâmetros de interesse. Tais parâmetros devem ser obtidos por meio do sensoriamento do canal em tempo real, permitindo o aproveitamento de lacunas espectrais deixadas por usuários licenciados para transmissões oportunistas.

1.2.1 Acesso oportunista em redes de rádios cognitivos

No acesso oportunista as decisões a respeito da ocupação ou disponibilidade do espectro, baseadas nos parâmetros obtidos, devem ser tomadas de maneira confiável, de modo que garantam uma baixa ocorrência de erros de decisão e, consequentemente, uma utilização eficiente do recurso [1] [5]-[7]. Tais decisões podem ser comparadas a uma decisão binária. De forma que, de acordo com um sinal obtido através do sensoriamento espectral, os USs decidem pela disponibilidade ou ocupação do espectro, em analogia, decide-se por um resultado 0 ou 1. Define-se assim a presença de UPs, ou indisponibilidade do espectro, como sendo S_1, e a ausência de UPs, ou disponibilidade do espectro, como sendo S_0.

Assim sendo, as probabilidades de erro e acerto podem ser definidas como:

- $Pd = P\left(decisão = S_1 \middle| S_1\right)$
- $Pmd = P\left(decisão = S_0 \middle| S_1\right)$
- $Pfa = P\left(decisão = S_1 \middle| S_0\right)$

onde define-se Pd como a probabilidade de detecção correta em relação a presença de UPs, Pmd como a probabilidade de não detecção da presença de um UP, ou probabilidade de *miss-detection*, sendo $Pmd = \left(1 - Pd\right)$, e Pfa como a probabilidade de ocorrer um falso-alarme, ou seja, o US toma a decisão de que o espectro está sendo ocupado por um UP quando na verdade o mesmo está livre para uma transmissão oportunista, dessa forma deixando de aproveitar uma oportunidade de transmissão. Conseqüentemente, a probabilidade de uma decisão correta a respeito da ausência de UPs é dada por $\left(1 - Pfa\right)$.

1.2.2 Modelo de compartilhamento hierárquico do espectro em redes de rádios cognitivos

Consideram-se dois modelos hierárquicos de compartilhamento do espectro nas redes de rádios cognitivos: o modelo *Underlay*, ou modelo com acesso concorrente, onde os USs transmitem simultaneamente aos UPs, porém com potência de transmissão abaixo de um limiar onde as interferências às transmissões licenciadas são aceitáveis. E o modelo *Overlay*, ou acesso oportunista, onde os USs transmitem seus dados com potência total, porém apenas na

ausência de transmissões licenciadas [7]. Nesta dissertação será empregado apenas o modelo de acesso *Overlay*.

O acesso ao espectro em um sistema de rádios cognitivos em função do tempo, da potência de transmissão e da frequência, é ilustrado na Figura 1.2. Os vazios espectrais são ocupados de forma oportunista por USs [7].

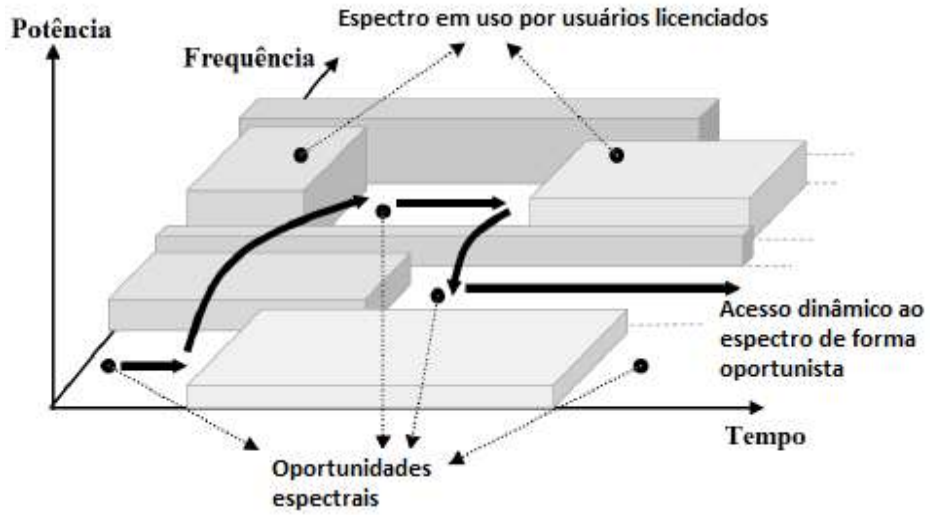


Figura 1.2 - *Acesso oportunista ao espectro*.

Quando um US está transmitindo em um buraco espectral e um UP retorna ao canal, o US deverá desocupar tal canal e procurar outra oportunidade espectral imediatamente, sem interferir na comunicação do UP e garantindo a qualidade de serviço em ambas as redes. Este modelo, como já definido, é denominado *Overlay* [5] [7].

1.3 Motivação e objetivo da dissertação

A análise do desempenho de sistemas de rádios cognitivos em diversos cenários e considerando possíveis aplicações é um ponto chave na determinação da viabilidade de implementação de tal tecnologia nas redes de comunicações móveis existentes. Na literatura atual existem diversos estudos a respeito de cenários, onde se considera o compartilhamento do recurso de transmissão através do uso de rádios cognitivos. Entretanto, muitos destes estudos desconsideram a probabilidade de que erros de sensoriamento espectral e, consequentemente, erros de decisão que degradam o desempenho do sistema possam ocorrer. Por exemplo, os modelos

analíticos apresentados em [8], [9] e [10] consideraram sistemas livres de erros de sensoriamento. Em [8] é proposto um esquema onde canais livres são pré-reservados para transmissão oportunista, reduzindo a probabilidade de que uma transmissão oportunista seja interrompida por um UP e permitindo assim a determinação de um nível de QoS para USs. Em [9] é proposto um sistema baseado em filas com prioridade e disciplina de atendimento do tipo FIFO (*First-in First-out*) para ambas as classes de usuários, onde o primeiro pacote a chegar à fila é também o primeiro a receber atendimento quando possível. Neste estudo considera-se que os USs realizam o sensoriamento do espectro de maneira perfeita, de modo que não ocorram perdas de transmissão por *miss-detection* ou falso-alarme; além disso, os sistemas primários e secundários estão em perfeito sincronismo temporal, de modo que não ocorram colisões. O canal de transmissão é considerado perfeito, livre de qualquer tipo de perda ou ruído; são derivadas expressões, para os cálculos do atraso total médio nas redes primária e secundária, bem como o número médio de elementos em cada sistema, considerando um modelo de fila do tipo M/D/1. Ainda em [9], erros de sensoriamento são considerados, entretanto o desempenho dos sistemas é analisado apenas através de simulações de Monte Carlo, não sendo apresentado modelo teórico. Em [10] é adotado um modelo de filas com prioridade do tipo M/G/1, baseado em [11], para modelar um sistema de rádios cognitivos livre de erros de sensoriamento, considerando disciplina de atendimento do tipo FIFO para ambas as classes de usuários. Em tal análise são consideradas duas métricas de desempenho, o atraso total médio na rede e uma segunda métrica, denominada *Power*, a qual relaciona *throughput* e atraso. Ainda em [10], os dados são transmitidos através de um canal sem desvanecimento, ou seja, um canal do tipo AWGN (*Additive White Gaussian Noise*), e caso um pacote seja transmitido com erro, o mesmo deverá ser retransmitido, sendo o número de possíveis retransmissões ilimitado. Dessa forma, as considerações de sistemas livres de erros de sensoriamento, de canal ideal ou do tipo AWGN, distanciam os resultados obtidos em [8], [9] e [10] de um cenário real.

Esta dissertação tem como objetivo analisar o desempenho de um sistema de rádios cognitivos considerando possíveis erros de sensoriamento e um modelo de canal com desvanecimento mais generalizado, o Nakagami-*m*, estendendo a análise proposta em [10]. Dessa forma, consideram-se como parâmetros para análise de desempenho do sistema, o atraso total médio nas redes primária e secundária e o valor da métrica *Power* para a rede secundária.

Em um primeiro cenário considerou-se um ambiente de rádio cognitivo semelhante ao considerado em [10], onde o sensoriamento espectral por parte de USs é considerado perfeito, porém adotando um canal com desvanecimento Nakagami-*m* e considerando que as retransmissões podem ser limitadas ou ilimitadas. Assumiu-se uma capacidade de *buffer* ilimitada para ambas classes de usuários. Em seguida considerou-se um ambiente de rádio cognitivo modelado através de uma CMTC (Cadeia de Markov de Tempo Contínuo) bi-dimensional. Tal cadeia modela um sistema de filas acopladas do tipo M/M/1, sendo avaliada através do método MGM (*Matrix-Geometric Method*) [12]. Neste cenário o sensoriamento espectral realizado por USs é considerado imperfeito. A CMTC que modela tal sistema é finita no sentido vertical devido à aplicação do método MGM, tal sentido define a ocupação da fila primária. No sentido horizontal, onde se define a ocupação da fila secundária, a CMTC é ilimitada podendo conter quantos estados forem necessários para o modelamento do sistema. Dessa forma, considera-se um número de estados (capacidade de *buffer*) suficientemente grande, de modo que a capacidade total da fila seja atingida com probabilidade desprezível. Novamente analisou-se o desempenho do sistema considerando como parâmetros o atraso total médio nas redes primária e secundária e o valor da métrica *Power* para a rede secundária.

1.4 Estrutura e contribuições da dissertação

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos. No Capítulo II são definidas as principais características dos sistemas que serão estudados e são apresentados alguns dos conceitos básicos e fundamentações teóricas, necessários para o desenvolvimento e entendimento do trabalho proposto; no Capítulo III é analisado o sistema baseado em uma rede de rádios cognitivos, baseado em [10] e [11], onde erros no sensoriamento espectral são desconsiderados. Analisa-se a influência do modelo de canal e do número de retransmissões permitidas no desempenho do sistema, por meio de parâmetros de atraso e métrica *Power*; o Capítulo IV apresenta a análise de desempenho relacionada ao sistema onde considera-se a probabilidade de ocorrência de perdas de transmissão devido a erros de sensoriamento espectral. Ainda no Capítulo IV são realizadas comparações de acordo com a variação das probabilidades de ocorrência de erros de sensoriamento, de modo a garantir um nível de QoS mínimo na rede licenciada, sem comprometer desnecessariamente o desempenho da rede oportunista. Por fim, no Capítulo V são apresentadas as conclusões a respeito dos resultados obtidos.

As contribuições deste estudo são:

- Extensão da análise publicada em [10], considerando agora um modelo de canal do tipo Nakagami-*m* mais genérico, onde se considera o efeito do desvanecimento e também um limite para o número de retransmissões permitidas.
- Análise do desempenho de um sistema de rádio cognitivo, considerando erros de sensoriamento e canal Rayleigh.
- Análise do impacto de possíveis variações nos parâmetros do sistema onde são considerados erros de sensoriamento.

Como resultado das contribuições deste trabalho, foi gerada a seguinte publicação:

- G. B. Pereira, and J. M. C. Brito, "Delay and Power Metric in a Cognitive Radio system with queue and retransmission over a Nakagami-*m* fading channel." in *IEEE 3rd International Symposium on Networks, Computers and Communications (ISNCC 2016),* Yasmine Hammamet, Tunisia, May 2016, pp. 1–6.

Capítulo 2

Modelagem dos sistemas de rádios cognitivos e Fundamentos Teóricos básicos

2.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados os modelos de sistemas de rádios cognitivos avaliados nesta dissertação, tendo como base os conceitos de teoria de filas e cadeias de Markov. Dois sistemas de rádios cognitivos serão propostos: o primeiro sistema será baseado em filas com prioridade, assim como o proposto em [10], onde se considera sensoriamento espectral perfeito e possíveis erros de transmissão devido a ruído e desvanecimento no canal; o segundo modelo será definido por uma CMTC bi-dimensional, permitindo assim o cálculo dos parâmetros de desempenho do sistema a partir da aplicação do método MGM [12]. No segundo modelo, além dos erros de transmissão causados por ruído e desvanecimento no canal de comunicação, serão considerados possíveis erros de sensoriamento.

Ainda neste capítulo, serão apresentados alguns conceitos básicos, assim como a fundamentação teórica necessária para uma melhor compreensão do desenvolvimento do estudo proposto. Como ponto de partida serão apresentados, sucintamente, conceitos a respeito de modulação digital, mais especificamente da modulação QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*), definida como padrão nas análises desenvolvidas durante este trabalho. Em seguida será apresentado um resumo sobre o efeito do desvanecimento sobre os sinais transmitidos através de canais de comunicação sem fio. Enfatiza-se o modelo de canal genérico Nakagami-*m*, sendo tal modelo adotado como padrão de canal para os sistemas estudados. Conforme mencionado anteriormente, a proposta deste trabalho tem como foco principal a análise de desempenho dos sistemas de redes de Rádios Cognitivos, sendo tais sistemas caracterizados

por sistemas de comunicação sem fio, onde o recurso de transmissão, o espectro de freqüências, é compartilhado. Considerando aplicações de dados, em que a informação é transmitida em pacotes de bits, torna-se importante a análise da taxa com que tais pacotes sofrem erros, definida pelo parâmetro PER (*Packet Error Rate*). A obtenção de tal parâmetro torna-se essencial na avaliação do desempenho de um sistema sujeito a possíveis erros de transmissão. Dessa forma, serão apresentados, nos tópicos seguintes deste capítulo, os cálculos necessários para se computar a PER exata considerando um sistema onde o meio de propagação do sinal é um canal com desvanecimento. As perdas relacionadas ao canal considerado são computadas com base no modelo de Nakagami-*m*. Em seguida, são apresentados conceitos básicos relacionados a Processos Estocásticos, Processos Markovianos, Cadeias de Markov, bem como um breve resumo a respeito de teoria de filas. Por fim, será apresentado um resumo a respeito do método MGM [12], conceitos, aplicações e metodologia.

2.2 Definição dos sistemas de redes de Rádios Cognitivos com sensoriamento perfeito e imperfeito

2.2.1 Cenário de rede adotado em ambos os sistemas

Em ambos os sistemas considera-se uma rede compartilhada, tomando como referência o modelo apresentado em [10], onde o acesso ao recurso é definido como sendo prioritário para os UPs e oportunista para os USs, sendo o tráfego total de cada classe de usuários agregado, e então considerado como sendo um único usuário. Dessa forma, não são consideradas possíveis colisões entre os usuários pertencentes à mesma classe. UPs e USs geram tráfego com taxas λ_1 e λ_2 respectivamente, onde as chegadas de pacotes ao sistema são consideradas processos poissonianos. Ainda como em [10], onde erros de sensoriamento são desconsiderados, pacotes primários e secundários recebem atendimento com taxas μ_1 e μ_2, respectivamente, sendo tais taxas de atendimentos variáveis de acordo com a ordem de modulação *M* considerada, tendo influência direta da PER. No sistema onde erros de sensoriamento são considerados, as taxas de atendimento variam também de acordo com as probabilidades de ocorrência de erros de sensoriamento, dessa forma, define-se μ como sendo a taxa de atendimento à usuários primá-

rios quando não existem usuários na fila secundária; μ_1 é definido como a taxa de atendimento à usuários primários quando existem usuários na fila secundária, e μ_2 como sendo a taxa de atendimento à usuários secundários quando não existem usuários na fila primária. Evidencia-se ainda que, no modelo onde são considerados erros de sensoriamento, quando existir um ou mais usuários na fila primária a taxa de atendimento a usuários secundários será igual a zero, uma vez que sempre que um usuário secundário tentar ocupar o recurso nestas condições, devido a um erro de sensoriamento espectral, ocorrerá uma colisão entre pacotes primários e secundários, fazendo com que os pacotes transmitidos por ambas as classes de usuário sejam perdidos.

Em ambos os casos o canal é dividido em slots, conforme ilustrado na Figura 2.1, de modo que a duração de um *time-slot* é sempre igual ao período necessário para uma transmissão. O sensoriamento espectral é realizado sempre no início de um *time-slot*, sendo o tempo necessário para o sensoriamento considerado desprezível neste estudo.

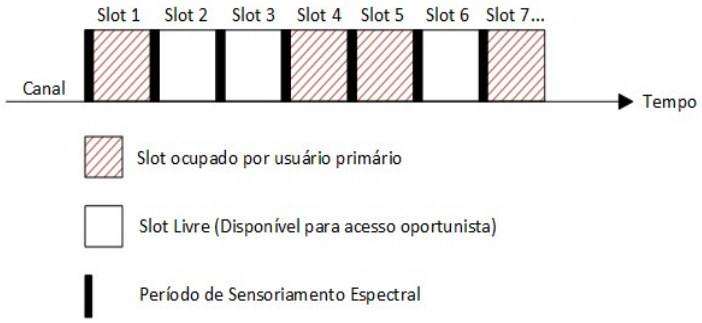


Figura 2.1 - *Estrutura de canal considerada neste estudo.*

Ademais, um pacote pode chegar a qualquer momento no sistema, entretanto deve esperar na fila, e tem sua transmissão iniciada apenas com o início do *time-slot* no modelo onde se desconsideram erros de sensoriamento, desde que tal pacote esteja no topo da fila, e ainda caso o pacote transmitido anteriormente não necessite ser retransmitido devido a possíveis erros. Dessa forma, considera-se que UPs e USs têm perfeito conhecimento em relação ao instante de início de um *time-slot*.

2.3 Probabilidade de erro de bit para modulação *M*-QAM

A modulação QAM pode ser definida como uma modulação onde é possível o chaveamento em amplitude e em fase do sinal, denominado APK (*Amplitude Phase Keying*), assim sendo uma combinação entre as modulações ASK (*Amplitude Shift Keying*) e PSK (*Phase Shift Keying*), permitindo a alteração de ambas as características [15] [16]. Nas modulações *M*-QAM, *M* símbolos são gerados durante o processo de modulação, cada um dos símbolos contendo $\log_2 M$ bits. Dessa forma são definidas constelações com *M* símbolos, que podem ser classificadas em quadradas e não-quadradas.

Em telecomunicações, os dados são tipicamente binários, o que implica no fato de que o número de pontos na constelação é tipicamente uma potência de 2 (2, 4, 8, ...). Uma vez que, mais frequentemente, as modulações QAM utilizadas são quadradas, neste estudo serão consideradas apenas as modulações *M*-QAM quadradas 16, 64, 256 e 1024-QAM.

As constelações quadradas recebem tal definição pois o número de bits por símbolo é sempre par. Assim, a organização dos símbolos na constelação é dada por um quadrado perfeito. Tais constelações podem ser formadas através do produto entre duas constelações *M*-PAM (*Multilevel Pulse Amplitude Modulation*) [15] [16] [17].

A Figura 2.2 ilustra uma constelação que descreve a modulação quadrada 16-QAM, definida por 4x4 símbolos, cada um dos símbolos contendo 4 bits, e tendo as características de amplitude e/ou fase diferentes entre si.

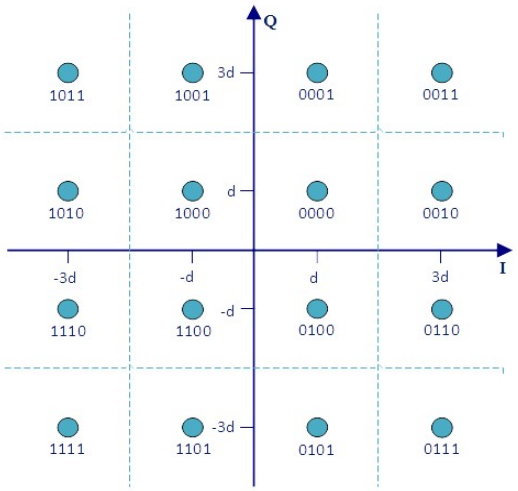


Figura 2.2 - *Representação de constelação quadrada para modulação 16-QAM.*

Para avaliar o desempenho de determinada modulação digital adotada em um sistema, dois parâmetros fundamentais são analisados: eficiência de largura de banda (β), e probabilidade de erro de símbolo (P_e). A eficiência de largura de banda relacionada a um sistema é definida como a razão entre a taxa de bits transmitidos (R_b) e a largura de banda B necessária para tal transmissão [16]. Para uma modulação M-QAM tem-se [15] [16]:

$$\beta = \log_2 M \text{ [bit/s/Hz]}. \qquad (2.1)$$

Em um sistema que utiliza a modulação M-QAM, com o aumento da ordem de modulação, aumenta-se a eficiência de largura de banda, permitindo que um número maior de bits seja transmitido em uma dada largura de faixa. Entretanto, os parâmetros de eficiência de largura de banda e probabilidade de erro de símbolo são divergentes. Ou seja, aumentando a eficiência de largura de banda, aumenta-se a probabilidade de que ocorra um erro de símbolo, pois dessa forma um número maior de símbolos formam a constelação, aproximando os símbolos um dos outros e diminuindo a diferença de energia entre eles.

Para se obter a BER exata de uma modulação M-QAM retangular arbitrária, considerou-se a metodologia apresentada em [17], onde é considerado que o canal é do tipo AWGN, e os símbolos são mapeados por meio do código Gray. De acordo com a análise apresentada em [17], pode-se modelar uma modulação M-QAM retangular como sendo duas modulações em amplitude de pulso M-PAM estatisticamente independentes. Considera-se a componente em fase do sinal definida por uma modulação I-PAM e a componente em quadratura definida por uma modulação J-PAM. A expressão fechada da BER exata pode ser obtida a partir da análise dos parâmetros regulares, inerentes ao uso do mapeamento Gray. Assim, a probabilidade de erro do k-ésimo bit, relacionado à componente em fase de uma modulação M-QAM, é dada pela probabilidade de erro de uma modulação I-ária PAM, para $k \in \{1, 2, \ldots, \log_2 I\}$,de forma que [22]:

$$P_I(k) = \frac{1}{I} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})I-1} \left\{ (-1)^{\left\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{I} \right\rfloor} \left[2^{k-1} - \left\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{I} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right] \times \operatorname{erfc}\left((2i+1) \sqrt{\frac{3 \log_2 (I \cdot J) \cdot \gamma_b}{I^2 + J^2 - 2}} \right) \right\}, \qquad (2.2)$$

onde $\gamma_b = E_b/N_0$ e $\lfloor x \rfloor$ é a função piso (*floor*), que converte o valor de x no maior número inteiro menor ou igual a x.

A probabilidade de erro do *l*-ésimo bit, relacionado à componente em quadratura de uma modulação *M*-QAM, é dada pela probabilidade de erro de uma modulação *J*-ária PAM, para $l \in \{1, 2, \ldots, \log_2 J\}$, de forma que [17]:

$$P_J(l) = \frac{1}{J} \sum_{j=0}^{(1-2^{-l})J-1} \left\{ (-1)^{\left\lfloor \frac{j \cdot 2^{l-1}}{J} \right\rfloor} \left[2^{l-1} - \left\lfloor \frac{j \cdot 2^{l-1}}{J} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right] \times \operatorname{erfc}\left((2j+1) \sqrt{\frac{3\log_2(I \cdot J) \cdot \gamma_b}{I^2 + J^2 - 2}} \right) \right\}. \quad (2.3)$$

A probabilidade média de ocorrência de um erro de bit, relacionada a uma modulação *M*-QAM retangular, pode ser calculada através da média das probabilidades de erro de bit em fase, dada pela Equação (2.2), e em quadratura, dada pela Equação (2.3), sendo determinada por [17]:

$$P_b = \frac{1}{\log_2(I \cdot J)} \left(\sum_{k=1}^{\log_2 I} P_I(k) + \sum_{l=1}^{\log_2 J} P_J(l) \right). \quad (2.4)$$

Conforme mencionado anteriormente, neste estudo serão consideradas apenas modulações *M*-QAM quadradas, assim, considerando que $M = I \times J$ e, neste caso $I=J$, temos que $\sqrt{M} = I = J$. Dessa forma a Equação (2.4) pode ser reescrita, de forma que:

$$P_b = 2 \times \frac{1}{\log_2(M)} \left(\sum_{k=1}^{\log_2(\sqrt{M})} P_I(k) \right). \quad (2.5)$$

2.4 Modelo de canal

A fim de se obter uma definição mais acurada de um sistema de comunicação terrestre que utiliza como meio de propagação dos sinais o ar, é necessário se ter um bom conhecimento do ambiente no qual o sinal irá se propagar. O desvanecimento no canal é um fenômeno responsável pela alteração dos níveis de potência ou da fase de um sinal de rádio. Tais alterações podem ser causadas pelas mudanças nas condições de propagação do sinal, pela propagação através de múltiplos percursos e pelo deslocamento do transmissor [15].

Neste estudo, as transmissões são realizadas considerando blocos de desvanecimento Nakagami-*m*, de forma que o canal seja plano em frequência e suas condições variem lentamente ao longo do tempo, sendo assim, o ganho do canal é constante durante toda a transmissão de um quadro.

O desvanecimento pode ser modelado pela distribuição de probabilidade Rayleigh quando a transmissão ocorre em ambientes com múltiplos percursos, onde não existe linha de visada direta entre transmissor e receptor e não há um caminho predominante dentre os vários possíveis em relação à potência do sinal recebido [20].

A função densidade de probabilidade (FDP) relacionada à distribuição Rayleigh em função da relação sinal-ruído (SNR) segue a distribuição exponencial dada por [19] [21]:

$$p(\gamma) = \frac{1}{\left(\bar{\gamma}\right)} \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right) \qquad ,\gamma \geq 0. \qquad (2.6)$$

onde $\bar{\gamma}$ é a SNR média recebida.

A distribuição de probabilidade Nakagami-*m* é uma aproximação frequentemente utilizada na literatura para representar uma ampla variedade de cenários onde ocorrem desvanecimentos ocasionados por multipercurso. Ademais, a distribuição Nakagami-*m* pode ser considerada como a que melhor modela a propagação por multipercursos em ambiente urbano e *indoor*. A FDP da distribuição Nakagami-*m* em função da SNR é dada por [21] [22] [23]:

$$p(\gamma) = \frac{m^m \gamma^{m-1}}{\left(\bar{\gamma}\right)^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right). \qquad (2.7)$$

onde $\Gamma(m)$ é a função Gamma, definida por $\Gamma(m) = \int_0^\infty x^{m-1} e^{-x} dx$, e *m* é o parâmetro de desvanecimento Nakagami.

Quando o parâmetro de desvanecimento assume o valor *m* = 0.5 o modelo de Nakagami representa uma distribuição Gaussiana unilateral, correspondendo a um cenário com a ocorrência de um grande número de percursos. Para *m* = 1, pode-se observar que a Equação (2.7) resulta na expressão de desvanecimento Rayleigh, dada pela Equação (2.6). Para *m*> 1, existe um mapeamento entre o parâmetro de Nakagami e o fator de Rician, permitindo que a distribuição Nakagami se aproxime de uma distribuição Rice.

2.5 Cálculo da PER exata

Conforme citado anteriormente, neste estudo foram consideradas apenas modulações QAM quadradas, sendo elas: 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM e 1024-QAM. O número de bits por símbolo de cada ordem pode ser dado por: $R_n = \log_2 M$, onde n representa os modos de modulação considerados e assume os valores n = 1, 2, 3 e 4. Os dados a serem transmitidos foram considerados, neste estudo, organizados em pacotes de tamanho fixo com l_p bits. Desta forma, cada pacote de dados é mapeado em l_p / R_n símbolos.

2.5.1 PER exata instantânea

Em um sistema onde os bits que compõe um pacote estão sujeitos à mesma probabilidade de erro, P_b, e a ocorrência de erros de bit é descorrelacionada, o cálculo da PER pode ser dado em função de P_b e do tamanho do pacote [23], por meio de:

$$PER = 1 - \left(1 - P_b\right)^{l_p} . \qquad (2.8)$$

Todavia, em [23] os autores afirmam que para modulações QAM de ordem elevada, nas quais exista um grande número de símbolos na constelação, os erros de bits tendem a ocorrer com diferentes probabilidades. Além disso, os erros de bits são geralmente correlacionados quando as transmissões codificadas são decodificadas adotando o critério da máxima verossimilhança, fazendo com que os erros de bits sejam recebidos em rajada. Dessa forma, o cálculo da PER por meio da Equação (2.8) torna-se impreciso.

Como solução os autores propuseram em [23] uma expressão a fim de permitir o cálculo da PER de forma exata, sendo tal expressão baseada no cálculo da BER exata, cálculo esse apresentado anteriormente neste capítulo. A PER exata instantânea, para modulações M-QAM retangulares, em função da SNR é dada por [18]:

$$PER_n\left(\gamma\right) = 1 - \left\{ \prod_{k=1}^{\log_2 I} \left[1 - P_I\left(k\right)\right]^{\left(l_p / \log_2(I.J)\right)} \times \prod_{l=1}^{\log_2(J)} \left[1 - P_J\left(l\right)\right]^{\left(l_p / \log_2(I.J)\right)} \right\}. \qquad (2.9)$$

Novamente, considerando apenas modulações M-QAM quadradas, tem-se que $I = J = \sqrt{M}$. Dessa forma, a Equação (2.9) pode ser simplificada, de tal maneira que:

$$PER_n(\gamma) = 1 - \left\{ \prod_{k=1}^{\log_2(I)} \left[1 - P_I(k)\right]^{\left(l_p / \log_2(I.J)\right)} \right\}^2, \qquad (2.10)$$

onde $P_I(k)$ é calculado através da Equação (2.2).

2.5.2 PER exata média

Para que a degradação causada pelo desvanecimento no canal possa ser computada, é necessário determinar-se a PER em termos de seus valores médios. A PER média para uma dada modulação pode ser obtida realizando-se a integral do produto da PER instantânea, em um canal AWGN, pela FDP da SNR recebida. Sendo assim, a PER média é dada por [21] [23]:

$$\overline{PER}_n(\bar{\gamma}) = \int_0^{\infty} PER_n(\gamma)\, p(\gamma)\, d\gamma, \qquad (2.11)$$

sendo os valores relacionados a PER média obtidos numericamente através do software Mathcad®.

2.6 Processos Estocásticos e Processos Markovianos

2.6.1 Processos Estocásticos

Um processo estocástico é definido como um conjunto de variáveis aleatórias $\{X_t, t \in T\}$, onde cada variável aleatória X_t é indexada pelo parâmetro t, sendo tal parâmetro definido como o instante de tempo em que o processo se encontra. Por sua vez, T é definido como sendo o conjunto de todos os valores reais não-negativos. Ao conjunto de todos os valores possíveis de X_t denomina-se S, o qual define o espaço de todos os estados possíveis relacionados ao processo estocástico em questão [24][25].

Um processo estocástico é denominado processo com parâmetro discreto se uma sequência finita de parâmetros t for observada, podendo assim ser representado por uma subseqüência $N_0 = \{0,1,2,...\}$. Caso contrário, o processo é denominado processo de parâmetro contínuo. Da mesma forma, o espaço de estados possíveis de um processo estocástico pode ser classificado em discreto ou contínuo [25].

Neste estudo serão considerados apenas processos com espaços de estados discretos e parâmetro de tempo contínuo, os quais serão denominados cadeias de Markov por possuírem a propriedade da falta de memória (*memoryless*), sendo tal propriedade definida nas próximas seções. A definição de uma CMTC será essencial às análises apresentadas nos próximos capítulos, permitindo a modelagem de uma rede de Rádios Cognitivos, baseando-se na análise de um sistema de filas.

2.6.2 Processos Markovianos

Os processos Markovianos constituem um caso especial, e certamente o mais importante, do conjunto de processos estocásticos. De um modo geral, processos estocásticos provêem a relação entre os vários elementos de um conjunto infinito de variáveis aleatórias. Dessa forma, um processo estocástico permite que um conjunto de experimentos aleatórios possa ser analisado por completo [24][25].

Na literatura, os processos Markovianos são definidos como processos que possibilitam a análise de sistemas dinâmicos e suas propriedades de maneira bastante flexível e eficiente. Dessa forma, tais processos permitem que as métricas de desempenho e as relações de dependência existentes no sistema estudado possam ser analisadas de maneira simplificada. Além disso, os processos Markovianos constituem a base fundamental do conceito das teorias de filas. De fato, o método utilizado para a análise de um sistema baseado em teoria de filas pode ser considerado um método capaz de obter um alto nível de detalhamento à respeito dos parâmetros relacionados ao desempenho do sistema, para determinadas classes de processos Markovianos. Um sistema de fila pode, a princípio, ser mapeado como um processo Markoviano, permitindo assim que tal sistema seja analisado baseando-se em processos Markovianos. Além disso, um sistema de filas pode ter suas propriedades provadas através de propriedades relacionadas aos processos Markovianos [24][25].

Os Processos Markovianos permitem ainda que um sistema de fila que não apresente algumas das propriedades Markovianas possa ser analisado com base em um processo Markoviano. Como exemplo pode-se citar uma fila onde as distribuições são não-exponenciais, o que não permitiria que tais filas fossem representadas de forma direta por um modelo Markoviano com estados discretos. Assim, métodos de aproximação, ou de “Markovização”, tais como

técnicas de incorporação e o uso de variáveis auxiliares, podem ser aplicadas em tais casos, aproximando processos não-Markovianos de processos Markovianos [25].

2.6.2.1 Definição

Um processo estocástico pode ser considerado um processo Markoviano se: para $0 = t_0 < t_1 < ... < t_n$, todos os estados possíveis S_i do processo estão contidos no conjunto de estados *S*, e a FDC (Função densidade de distribuição cumulativa) condicional de $X_{t_{n+1}}$ depende apenas do valor assumido no instante anterior, isto é, o valor assumido por X_{t_n}, e não de valores iniciais $X_{t_0}, X_{t_1}, X_{t_2}, ..., X_{t_{n-1}}$, caracterizando a propriedade da falta de memória [25]. Assim:

$$P\left(X_{t_{n+1}} \leq s_{n+1} | X_{t_n} = s_n, X_{t_{n-1}} = s_{n-1}, X_{t_0} = s_0\right) = P\left(X_{t_{n+1}} \leq s_{n+1} | X_{t_n} = s_n\right). \quad (2.12)$$

A definição mais generalizada de um processo Markoviano, dada pela Equação (2.12), pode então ser adotada para o caso especial estudado neste trabalho, que são os processos Markovianos com conjuntos de estados discretos e parâmetro de tempo contínuo.

Muitas vezes é suficiente considerar como padrão de comportamento do processo no decorrer do tempo a independência em relação ao instante de tempo no qual o processo se encontra. Ou seja, consideram-se apenas processos homogêneos em relação ao tempo, de tal forma que a dinâmica de tais processos deve ser analisada através do comportamento do processo em regime estacionário. Como resultado de tais considerações, nas próximas subseções será apresentado um breve resumo sobre Cadeias de Markov de Tempo Contínuo em regime estacionário [25].

2.6.2.1.1 Processos Markovianos homogêneos

Adotando $t_0 = 0$, pode-se considerar que determinado processo Markoviano é homogêneo em relação ao tempo se a FDC condicional de $X_{t_{n+1}}$ não depende do instante de tempo em que é analisada, ou seja, é invariante em relação ao tempo t_n. Ou seja:

$$P\left(X_{t_{n+1}} \leq s_{n+1} | X_{t_n} = s_n\right) = P\left(X_{t_{n+1-tn}} \leq s_{n+1} | X_{t_0} = s_0\right). \quad (2.13)$$

2.6.3 Cadeias de Markov

A Equação (2.12) descreve a propriedade de Markov, já bastante difundida na literatura. De uma maneira informal, pode-se interpretar o significado de tal propriedade como: toda a história de uma cadeia de Markov pode ser resumida à análise do presente, ou seja, do estado atual X_{t_n}, de modo que o futuro seja condicionalmente independente do passado. A independência é dita condicional pois a propriedade de Markov não define a independência da distribuição condicional em relação à variável de tempo t_n. Entretanto, tal dependência é excluída através da definição de homogeneidade do processo em relação ao tempo, conforme a Equação (2.13) [25].

A única característica implícita é que a distribuição que relaciona o tempo de permanência em qualquer estado de uma cadeia de Markov homogênea deve apresentar a propriedade da falta de memória, de tal forma que o único tipo de distribuição contínua possível em um processo Markoviano homogêneo seja a distribuição exponencial. Uma característica das cadeias de Markov, que está associada à propriedade da falta de memória, é que o tempo médio de permanência em um estado é igual ao tempo residual médio, e ao tempo médio de espera no mesmo estado, para qualquer estado e em qualquer instante de tempo [26].

2.6.3.1 Cadeias de Markov de Tempo Contínuo

Uma cadeia de Markov é dita de tempo contínuo quando as transições entre estados podem ocorrer em instantes de tempo arbitrários, ou seja, a qualquer momento, ao contrário das cadeias ditas de tempo discreto (CMTD), onde as transições ocorrem apenas em determinados instantes do tempo. Por definição, será utilizado um subgrupo do grupo de números reais não negativos, R_0^+, para descrever o conjunto T de parâmetros de tempo relacionados a uma cadeia de Markov contínua no tempo.

2.6.3.1.1 Definição

Para um dado tempo $t_i \in R_0^+$, com $0 = t_0 < t_1 < t_2 < ... < t_n < t_{n+1}$, $\forall_n \in N$, e $\forall_{S_1} \in S = N_0$ para a fmp (Função Massa de Probabilidade) condicional, um processo estocástico $\{X_t : t \in T\}$ constitui uma CMTC se as seguintes relações são válidas:

$$P\left(X_{t_{n+1}} = s_{n+1} | X_{t_n} = s_n, X_{t_{n-1}} = s_{n-1}, \ldots, X_{t_0} = s_0\right) = P\left(X_{t_{n+1}} = s_{n+1} | X_{t_n} = s_{t_n}\right). \quad (2.14)$$

A Equação (2.14) expressa a propriedade de Markov de uma CMTC considerando que o processo é homogêneo em relação ao tempo. Além disso, pode-se ressaltar que devido ao fato da distribuição exponencial ser a única distribuição que exibe a propriedade da falta de memória, conforme mencionado anteriormente, o tempo de permanência em um estado de uma CMTC é necessariamente distribuído exponencialmente [25].

Assim, a parcela à direita da Equação (2.14) refere-se à probabilidade $p_{i,j}(u,v)$, relacionada a uma cadeia de Markov, de ocorrer uma transição do estado i para o estado j durante o período de tempo (u,v), onde $u,v \in T$ e $u \leq v$. Assim:

$$P_{i,j}(u,v) = P\left(X_v = j | X_u = i\right). \quad (2.15)$$

Para $u = v$, define-se:

$$\begin{cases} P_{i,j}(u,u) = 1, \textit{para } i = j \\ 0, \textit{caso contrário} \end{cases},$$

ou seja, se o intervalo de tempo é nulo, a probabilidade de transição de um determinado estado a outro distinto também o será.

Sendo as probabilidades de transição, $p_{i,j}(u,v)$, independentes dos valores de u e v, e dependentes apenas do período de tempo t entre u e v, onde $t = v - u$, a probabilidade de transição de uma CMTC homogênea em relação ao tempo pode ser descrita de maneira simplificada por [25]:

$$P_{ij}(t) = p_{ij}(0,t) = P\left(X_{u+t} = j | X_u = i\right) = P\left(X_t = j | X_0 = i\right), \forall_u \in T. \quad (2.16)$$

Dadas as probabilidades de transição $p_{ij}(u,v)$, e definindo as probabilidades em regime estacionário da CMTC no instante de tempo u como sendo $\pi(u)$, as probabilidades incondicionais de estado $p_{ij}(v), j \in S$, do processo no instante de tempo v, podem ser obtidas através da seguinte relação [25]:

$$\pi_j(v) = \sum_{i \in S} p_{ij}(u,v)\,\pi_i(u),\ \forall u,v \in T \qquad (u \le v). \tag{2.17}$$

Define-se $P(u,v) = [p_{ij}(u,v)]$ como a matriz de probabilidades de transição para qualquer par de estados $i,j \in S$, em qualquer intervalo de tempo (u,v); $u,v \in T$. A partir do vetor de probabilidades de estado em regime estacionário $\pi(u) = (\pi_0(u), \pi_1(u), \pi_2(u), \ldots)$, em qualquer instante de tempo u, pode-se então escrever a Equação (2.17) na forma matricial como [25]:

$$\pi(v) = \pi(u)\,P(u,v),\ \forall u,v \in T \qquad (u \le v). \tag{2.18}$$

Nota-se que para todo $u \in T, P(u,u) = I$, ou seja, a matriz identidade, pois os termos na diagonal da matriz que definem a probabilidade de se permanecer no mesmo estado são iguais a 1, devido ao intervalo de tempo ser nulo.

No caso de uma CMTC homogênea em relação ao tempo, a Equação (2.17) pode ser reduzida para:

$$\pi_j(v) = \sum_{i \in S} p_{ij}(t)\,\pi_i(0) = \sum_{i \in S} p_{ij}(0,t)\,\pi_i(0). \tag{2.19}$$

Assim, a equação de Chapmam-Komolgorov, para as probabilidades de transição de uma CMTC, pode ser derivada a partir da Equação (2.14), aplicando o teorema da probabilidade total. Tal equação considera estados e instantes de tempo intermediários, definindo transições entre estados onde mais de um passo é necessário, e então transformando tais transições em duas ou mais transições de um passo [25]. Tem-se então:

$$p_{ij}(u,v) = \sum_{k \in S} p_{ik}(u,w)\,p_{kj}(w,v), 0 \le u \le w < v. \tag{2.20}$$

Entretanto, tal equação não pode ser resolvida facilmente, o que permitiria sua aplicação direta na obtenção das probabilidades de estado em regime estacionário π. Assim, a Equação (2.20) deve ser transformada em um sistema de equações diferenciais que, por sua vez, permitem obter os resultados almejados. Para esse propósito, são definidas as taxas de transição instantâneas $q_{ij}(t), i \neq j$, da transição de um estado i para um estado j, relacionadas à CMTC. Tais transições estão relacionadas às probabilidades de transição condicionais. Considerando o

período de tempo $[t, t+\Delta t]$, Δt é definido tal que $\sum_{j\in S} q_{ij}(t)\Delta t + o(\Delta t) = 1$, de forma que $o(\Delta t)$ é qualquer função que se aproxime mais rapidamente, se comparada a Δt, de 0. As funções não-negativas, contínuas, finitas, $q_{ij}(t)$, existem para condições bastante gerais. Para todos os estados i,j, onde $i \neq j$, define-se [25]:

$$q_{ij}(t) = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{p_{i,j}(t, t+\Delta t)}{\Delta t}, i \neq j; \tag{2.21}$$

$$q_{ii}(t) = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{p_{i,i}(t, t+\Delta t) - 1}{\Delta t}. \tag{2.22}$$

Considerando a existência dos limites, fica claro que, a partir das Equações (2.21) e (2.22), desde que $\sum_{j\in S} p_{ij}(t, t+\Delta t) = 1$, em qualquer instante de tempo t, tem-se:

$$\sum_{j\in S} q_{ij}(t) = 0, \quad \forall_i \in S. \tag{2.23}$$

O valor de $-q_{i,i}(t)$ pode ser interpretado como sendo a taxa total de saída do estado i para qualquer outro estado no instante de tempo t, uma vez que $q_{i,i}(t)$ define a taxa de permanência no estado i. Dessa forma, $q_{ij}(t)$, para $i \neq j$, define a taxa com que a CMTC transita do estado i para o estado j no instante de tempo t. De maneira equivalente, considera-se $q_{ij}(t)\Delta t + o(\Delta t)$ como sendo a probabilidade $p_{ij}(t, t+\Delta t)$ da cadeia de Markov transitar do estado i para o estado j no intervalo $[t, t+\Delta t]$, onde Δt é definido de maneira apropriada. A partir de tais definições, retorna-se à Equação de Chapmam-Kolmogorov (2.20) [25]. Substituindo v por $v+\Delta t$ na Equação (2.20) e subtraindo ambos os lados pela Equação original (2.20) tem-se:

$$p_{ij}(u, v+\Delta t) - p_{ij}(u, v) = \sum_{k\in S} p_{ik}(u, w)\left[p_{kj}(w, v+\Delta t) - p_{kj}(w, v)\right]. \tag{2.23}$$

Dividindo ambos os lados da Equação (2.23) por Δt, tomando $\lim_{\Delta t\to 0}$ no quociente das subtrações, e considerando $w \to v$, deriva-se uma equação diferencial, a conhecida equação progressiva de Kolmogorov:

$$\frac{\partial p_{ij}(u, v)}{\partial v} = \sum_{k\in S} p_{ik}(u, v) q_{kj}(v), \qquad 0 \leq u < v. \tag{2.24}$$

No caso de um processo homogêneo no tempo tem-se $t = v - u$, e extraindo as taxas de

transição independentes do tempo $q_{ij} = q_{ij}(t), \forall_i \in S$ a partir das Equações (2.21) e (2.22), simplificam-se as equações diferenciais progressivas de Kolmogorov para CMTCs homogêneas em relação ao tempo, de forma que [25]:

$$\frac{dp_{ij}(t)}{dt} = \sum_{k \in S} p_{ik}(t) q_{kj} = \sum_{k \in S} p_{ik}(0,t) q_{kj}. \tag{2.25}$$

Diferenciando a Equação (2.17) em ambos os lados, a Equação (2.27) é obtida. Utilizando a Equação progressiva de Kolmogorov (2.24) obtem-se como resultado a Equação (2.28), e então, substituindo novamente a Equação (2.17) na Equação (2.29) é derivada a Equação diferencial (2.30) para as probabilidades incondicionais de estado $\pi_i(v), \forall_j \in S$, no instante de tempo v [25]:

$$\frac{d\pi_j(v)}{dv} = \frac{\partial \sum_{i \in S} p_{ij}(u,v) \pi_i(u)}{\partial v} \tag{2.26}$$

$$= \sum_{i \in S} \frac{\partial p_{ij}(u,v)}{\partial v} \pi_i(u) \tag{2.27}$$

$$= \sum_{i \in S} [\sum_{k \in S} p_{ik}(u,v) q_{kj}(v)] \pi_i(u) \tag{2.28}$$

$$= \sum_{i \in S} q_{kj}(v) \sum_{k \in S} \partial p_{ik}(u,v) \pi_i(u) \tag{2.29}$$

$$= \sum_{i \in S} q_{kj}(v) \pi_k(v). \tag{2.30}$$

Considerando a homogeneidade em relação ao tempo, uma versão simplificada da Equação (2.30) é obtida assumindo $t = v - u$ e utilizando as taxas de transição invariantes no tempo q_{ij}. Assim, é obtido o sistema de equações diferenciais (2.31):

$$\frac{d\pi_j(t)}{dt} = \sum_{i \in S} q_{ij} \pi_i(t), \forall_j \in S, \tag{2.31}$$

Por ser mais usual, será utilizada a notação matricial ao invés da notação utilizada na Equação (2.31). Sendo assim, para o caso homogêneo é definida a matriz geradora Q, da matriz de probabilidades de transição $P(t) = [p_{ij}(0,t)] = [p_{ij}(t)]$, recorrendo às Equações (2.21) e (2.22). A matriz Q, definida por

$$Q = \left[q_{ij} \right], \forall_{i,j} \in S, \tag{2.32}$$

contém as taxas de transição q_{ij} de qualquer estado i para qualquer estado j, onde $i \neq j$, de uma dada CMTC. Os elementos q_{ii} na diagonal principal de Q são definidos por $q_{ii} = -\sum_{j,j\neq i} q_{ij}$ [25]. Com a definição expressa na Equação (2.32), a Equação (2.31) pode então ser definida na forma matricial como sendo:

$$\pi(t) = \frac{d\pi(t)}{dt} = \pi(t)Q. \tag{2.33}$$

O vetor de probabilidades em regime estacionário de uma CMTC é de interesse primordial. Para todos os estados da cadeia, onde $i \in S$, o vetor de probabilidades em regime estacionário π_i é [25]:

- Independente do tempo t;
- Independente do vetor de probabilidade do estado inicial $\pi(0)$;
- Estritamente positivo, ou seja, $\pi_i > 0$;
- Dado como sendo o limite das probabilidades de estado $\pi_i(t)$ onde $\pi_i = \lim_{t\to\infty} \pi_i(t)$, e das probabilidades de transição $p_{ji}(t)$, onde $\pi_i = \lim_{t\to\infty} p_{ji}(t)$.

Considerando que as probabilidades de estado em regime estacionário existem para determinada CMTC homogênea, tais probabilidades são independentes do tempo, assim tem-se:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{d\pi(t)}{dt} = 0. \tag{2.34}$$

Adotando a condição expressa pela Equação (2.34), utiliza-se a Equação diferencial (2.31) para determinar as probabilidades de estado incondicionais, permitindo assim a resolução de um sistema de equações lineares muito mais simples [25]:

$$0 = \sum_{i\in S} q_{ij}\pi_i, \forall_j \in S. \tag{2.35}$$

Analogamente, na forma matricial, tem-se:

$$0 = \pi Q. \tag{2.36}$$

2.6.3.1.2 Cadeias de Markov de Tempo Contínuo Ergódicas

Uma CMTC, para a qual apenas um vetor de probabilidades de estado em regime estacionário é definido como solução possível, é denominada CMTC ergódica.

As probabilidades de estado em regime estacionário, estritamente positivas, podem ser obtidas pela única solução possível da Equação (2.36), quando uma condição de normalização adicional é imposta. Para que tal condição possa ser expressa na forma de vetor, é introduzido um vetor unitário $\mathbf{1} = [1,1,\dots,1]^T$ de modo que a seguinte relação seja verdadeira:

$$\pi\mathbf{1} = \sum_{i \in S} \pi_i = 1. \tag{2.37}$$

Ainda considerando homogeneidade em relação ao tempo, é determinado a partir da Equação (2.23) que, para todo $j \in S, q_{ij} = -\sum_{i,i \neq j} q_{ji}$. A partir da Equação (2.35), tem-se que $\sum_{i,i \neq j} q_{ij}\pi_i = -q_{ji}\pi_j$. Assim, re-arranjando e igualando as equações, imediatamente é obtido o sistema de equações gerais de balanceamento [25]:

$$\sum_{i,i \neq j} q_{ij}\pi_i = \pi_j \sum_{i,i \neq j} q_{ji}, \forall_j \in S. \tag{2.38}$$

Na parcela à esquerda da Equação (2.38), é determinado o fluxo total de entrada de qualquer outro estado $i, i \in S$, no estado j. Já na parcela à direita da Equação (2.38), é determinado o fluxo total de saída do estado j para qualquer outro estado i, $i \in S$. Os fluxos de entrada e saída são balanceados em regime estacionário, ou seja, estão em equilíbrio.

A seguir, serão definidas as condições para que uma CMTC seja ergódica, bem como os critérios de classificação de tal cadeia e de seus estados.

2.6.3.1.3 Classificação da Cadeia de Markov de Tempo Contínuo

Uma CMTC é denominada irredutível se qualquer estado i da cadeia pode ser alcançado por outro estado j, em um número finito de transições. Ou seja, se a probabilidade de um estado j alcançar um estado i não é nula, a cadeia é denominada irredutível.

Uma CMTC homogênea irredutível é dita ergódica se, e somente se, um único vetor de

probabilidades em regime estacionário π existe. Definem-se então as propriedades de uma CMTC homogênea irredutível [25]:

- Os limites $\tilde{\pi_i} = \lim_{t\to\infty} \pi_i(t) = \lim_{t\to\infty} p_{ji}(t), \quad \forall_{i,j} \in S$, existem e são independentes do vetor inicial de probabilidades $\pi(0)$.
- O vetor de probabilidades em regime estacionário π, se existir, pode ser determinado exclusivamente pela solução do sistema linear da Equação (2.36), limitado pela condição de normalização definida pela Equação (2.37).
- Um único vetor de probabilidades em regime estacionário π existe caso a CMTC irredutível e homogênea seja finita.
- O tempo médio gasto entre duas visitas sucessivas a um mesmo estado i da CMTC, M_i, é finito para todos os estados i, $i \in S$ se π existe.

2.7 Teoria de filas

O conceito de teoria de filas, introduzido por Agner Krarup Erlang em 1909, permite analisar, de forma detalhada, sistemas onde usuários disputam a utilização de um ou mais recursos.

Em sistemas de comunicação, onde o recurso pode ser um ou mais servidores, ou ainda o meio utilizado para transmissão de dados (canal), é inevitável a formação de filas, denominadas *buffers*. Tais filas não são de todo ruim, pois permitem que o sistema se mantenha ocioso por um período de tempo menor. Nesta dissertação o conceito de teoria de filas será aplicado às redes de Radios Cognitivos, de modo que sejam adotadas diferentes prioridades de atendimento para cada classe de filas.

Um sistema de filas pode ainda ser classificado de acordo com as distribuições que definem a chegada e o atendimento de usuários ao sistema, com o número de recursos disponíveis no sistema, e também de acordo com a capacidade de enfileiramento, ou *buffer*. A notação de Kendall define a nomenclatura utilizada na classificação das filas, sendo representada pelo padrão *A/B/c/K/N/D*, onde *A* representa a distribuição que define a chegada de elementos à fila, *B* representa a distribuição relacionada ao tempo de atendimento dos elementos da fila, *c* a quantidade de recursos disponíveis no sistema; *K* representa a capacidade da fila relacionada

ao sistema, *N* o tamanho da população à ser atendida e, *D* a disciplina de atendimento adotada na fila em questão [28].

Nesse estudo serão consideradas filas do tipo *M/G/1* e *M/M/1/K,* onde *M* define que o processo de chegada em ambas classes de filas, segue uma distribuição de Poisson, *G* define que o tempo de serviço segue uma distribuição geral, bem como *M* define que o tempo de serviço segue uma distribuição exponencial na fila em questão. O número 1 representa o número de recursos no sistema, sendo tal recurso disputado pelas classes de usuários oportunistas e usuários licenciados, baseado no conceito de Rádio Cognitivo. Por fim, *K* representa a capacidade de enfileiramento de pacotes relacionados a usuários primários no sistema que será analisado no Capítulo IV.

Analisar os sistemas através do conceito de teoria das filas permite que parâmetros de desempenho relacionados a tais sistemas sejam obtidos, sendo eles: utilização do sistema, ou porcentagem do tempo em que o sistema se encontra ocupado; tempo médio de serviço, tempo médio de espera na fila, tempo médio de permanência no sistema (atendimento + fila), número médio de elementos na fila e número médio de elementos no sistema.

2.8 Método MGM

O método MGM, proposto em [12] por Marcel F. Neuts, teve seus estudos iniciados por volta de 1975, tendo como principal característica permitir a análise de processos de quase nascimento-morte, ou QBD (*Quasi-Birth-Death)*, definidos por uma CMTC que possui blocos repetitivos em sua matriz de transição. O conjunto de estados possíveis da cadeia (S) é definido pela Equação (2.39), sendo dado por um par de variáveis (i, j), onde:

$$S = \{(i, j) \mid i \geq 0, 0 \leq j \leq j_{\max} - 1\}. \tag{2.39}$$

A variável i é definida como sendo o nível em que a cadeia se encontra, podendo existir infinitos níveis em tal cadeia. A variável *j* é denominada estado, onde $j_{\max}$ é o número de estados possíveis em cada nível. Assim, um estado da cadeia é definido pelo nível i e pelo estado *j*. Tal método baseia-se na identificação de duas porções dentro da estrutura da CMTC: a porção inicial e a porção repetitiva. No presente estudo, tais porções serão denominadas

níveis da cadeia e podem ser definidas como:

- Níveis iniciais, ou limitantes, onde $0 \leq i < l$, sendo l o primeiro nível a partir do qual as taxas de transição se tornam repetitivas. O conjunto de níveis iniciais deve ser finito, podendo apresentar uma estrutura irregular (não-repetitiva) na cadeia e, consequentemente, nas taxas de transição, sendo cada estado representado individualmente.
- Níveis repetitivos, onde $i \geq l$. O conjunto de níveis repetitivos do sistema pode ser infinito, entretanto deve apresentar uma estrutura regular na cadeia, com taxas de transição constantes [25].

O tamanho do espaço de estados utilizando o método MGM, mesmo caso o sistema seja infinito, é razoavelmente pequeno quando comparado ao tamanho da matriz geradora relacionada ao processo Markoviano. Tendo como ponto de partida o sistema de equações lineares dado pela Equação (2.36), e adotando a condição de normalização definida na Equação (2.37), aplicando o método MGM é possível se obter as probabilidades de cada estado em regime estacionário, permitindo assim o cálculo dos parâmetros de desempenho do modelo em estudo [29].

Os elementos da matriz geradora Q, obtida a partir das transições entre os estados da cadeia, são ordenados por ordem alfabética e então agrupados em sub-matrizes, onde cada submatriz contém as taxas de transição para cada uma das classes de transição possíveis. No sistema proposto como exemplo, assim como no sistema de interesse para este estudo, tem-se apenas um nível limitante na cadeia, de modo que $l = 1$.

Para ilustrar o desenvolvimento dos passos necessários na aplicação do método MGM será utilizada como exemplo a CMTC apresentada na Figura 2.3

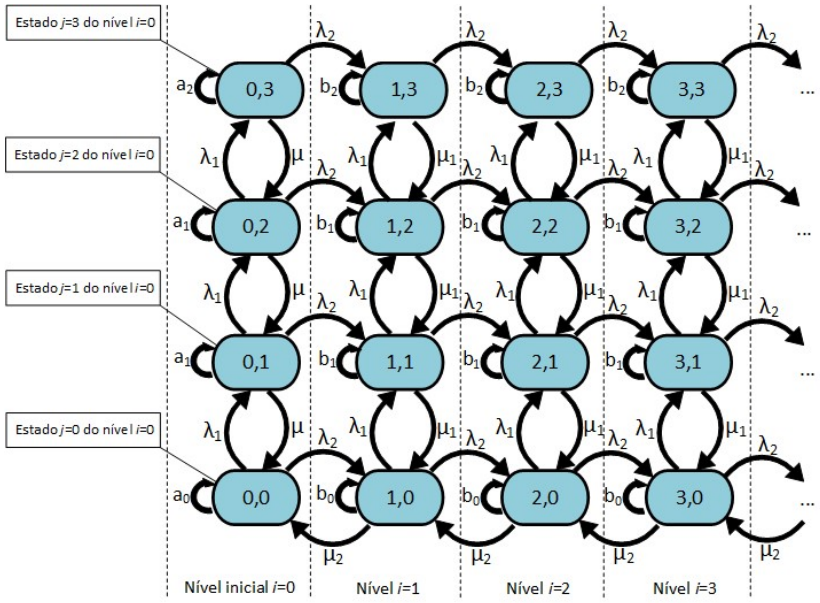


Figura 2.3 - *CMTC bi-dimensional utilizada como exemplo na apresentação do método MGM.*

Na Figura 2.3, define-se a_k e b_k como sendo as taxas de permanência em determinados estados. Ainda que tais taxas não possuam um sentido físico na construção da cadeia, tal abstração matemática é utilizada a fim de permitir a solução matricial do problema, através do método MGM, de maneira mais didática.

A matriz geradora Q é uma matriz quadrada com dimensão $N \times N$, onde N é o número de estados considerados no diagrama de transição de estados. O valor de N deve ser escolhido de modo que tanto o comportamento dos níveis iniciais quanto o comportamento dos níveis repetitivos estejam representados na matriz. Assim, no exemplo em questão, Q tem dimensão 16×16.

Cada linha da matriz representa as transições possíveis a partir de cada estado da cadeia. Assim, para a cadeia da Figura 2.3, tem-se uma matriz com 16 linhas e 16 colunas.

Para a construção da matriz Q os estados da cadeia são nomeados de 0 a $N-1$, com o estado 0 sendo definido como o estado $S=(0,0)$, e os demais na seguinte sequência:

- Estados do nível $i=0$, do estado 1, correspondente ao estado $S=(0,1)$, ao estado $j_{max}-1$, correspondente ao estado $S=(0,\mathrm{j_{max}}-1)$, em que j_{max} representa o

número de estados em cada nível.

- Estados do nível $i = 1,$ do estado j_{max}, correspondente ao estado $S = (1,0),$ ao estado $2j_{max} - 1,$ correspondente ao estado $S = (1, \mathrm{j}_{\max} - 1),$ e assim sucessivamente até $i_{max} - 1,$ em que $i_{\max}$ representa o número de níveis na cadeia.

A primeira linha de Q representa as transições possíveis a partir do estado 0; a segunda linha representa as transições possíveis a partir do estado 1 e assim sucessivamente. Ou seja, o elemento q_{ij} da matriz representa a taxa de transição do estado i para o estado j, com: $q_{ii} = -\sum_{i \neq j} q_{ij}$. Assim, no exemplo em questão, para a primeira linha tem-se

- $q_{01} = \lambda_1,$ que é a taxa de transição do estado 0 $\left[S = (0,0)\right]$ para o estado 1 $\left[S = (0,1)\right]$.
- $q_{04} = \lambda_2,$ que é a taxa de transição do estado 0 $\left[S = (0,0)\right]$ para o estado 4 $\left[S = (1,0)\right]$.
- $q_{00} = -(\lambda_1 + \lambda_2),$ que é a taxa de permanência no estado 0 $\left[S = (0,0)\right]$.

Para a segunda linha tem-se:

- $q_{10} = \mu,$ que é a taxa de transição do estado 1 $\left[S = (0,1)\right]$ para o estado 0 $\left[S = (0,0)\right]$.
- $q_{12} = \lambda_1,$ que é a taxa de transição do estado 1 $\left[S = (0,1)\right]$ para o estado 2 $\left[S = (0,2)\right]$.
- $q_{15} = \lambda_2,$ que é a taxa de transição do estado 1 $\left[S = (0,1)\right]$ para o estado 5 $\left[S = (1,1)\right]$.
- $q_{11} = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu),$ que é a taxa de permanência no estado 1 $\left[S = (0,1)\right]$.

As demais linhas são escritas de forma semelhante, de forma que:

$$Q = \left(\begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc}
a_0 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \mu & a_2 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
\mu_2 & 0 & 0 & 0 & b_0 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_2 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & \mu_2 & 0 & 0 & 0 & b_0 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_2 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_2 & 0 & 0 & 0 & b_0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_2
\end{array}\right) \tag{2.40}$$

Na matriz Q tem-se $a_0 = -(\lambda_1 + \lambda_2)$, $a_1 = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu)$, $a_2 = -(\lambda_2 + \mu)$, $b_0 = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2)$, $b_1 = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1)$ e $b_2 = -(\lambda_2 + \mu_1)$.

A matriz Q conterá sub-matrizes referentes às partes limitantes da cadeia denominadas de $B_{i,i}$, e sub-matrizes referentes às partes repetitivas, denominadas de A_k, em que $k = 0,1,...,p$, em que $p+1$ é o número de sub-matrizes A.

No sistema proposto como exemplo, assim como no sistema de interesse para este estudo, têm-se apenas um recurso disponível para atendimento de ambas as classes de usuários. Dessa forma, as transições somente serão possíveis entre níveis e estados vizinhos, ou seja, de um nível i para um nível $i+1$, e de um nível i para um nível $i-1$; de um estado j para um estado $j+1$, e de um estado j para um estado $j-1$, caracterizando um processo QBD. A matriz Q pode então ser representada por:

$$Q = \begin{bmatrix}
B_{00} & A_0 & 0 & 0 \\
A_2 & A_1 & A_0 & 0 \\
0 & A_2 & A_1 & A_0 \\
0 & 0 & A_2 & A_1
\end{bmatrix}.$$

A matriz $B_{i,i}$ contém as transições entre estados pertencentes ao mesmo nível limitante i, $i \geq l$. No referente exemplo, apenas o nível $i = 0$ é limitante e, portanto, apenas a matriz $B_{0,0}$ existe. Observando-se a matriz dada na Equação (2.40), destaca-se a matriz $B_{0,0}$,

$$B_{00} = \begin{bmatrix} a_0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & \mu & a_1 & \lambda_1 \\ 0 & 0 & \mu & a_2 \end{bmatrix}. \tag{2.41}$$

Note que nesta matriz estão representadas as taxas de transição do estado 0 para o estado 1 (primeira linha), do estado 1 para os estados 0 e 2 (segunda linha), do estado 2 para os estados 1 e 3 (terceira linha) e do estado 3 para o estado 2 (quarta linha), além das taxas de permanência nos estados 0, 1, 2 e 3. Ou seja, estão representadas todas as taxas de transição dos estados pertencentes ao nível limitante 0.

Conforme mencionado anteriormente, as sub-matrizes referentes à parte repetitiva são denominadas por A_k, e devido ao caráter repetitivo, as sub-matrizes A_0, A_1, A_2 são invariantes em relação à variação de i, quando $i \geq l$. Assim:

- A_0 contém as transições partindo de estados pertencentes a um nível i para estados pertencentes a um nível $i + 1$, para $i \geq l$. Sendo

$$A_0 = \begin{bmatrix} \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}. \tag{2.42}$$

  Perceba que nesta matriz estão representadas as taxas de transição de um estado $S = (i, 0)$ para um estado $S = (i+1, 0)$ (primeira linha), do estado $S = (i, 1)$ para o estado $S = (i+1, 1)$ (segunda linha), do estado $S = (i, 2)$ para o estado $S = (i+1, 2)$ (terceira linha) e do estado $S = (i, 3)$ para o estado $S = (i+1, 3)$ (quarta linha). Ou seja, estão representadas as taxas de transição de estados *j* pertencentes a um nível $i \geq l$, para estados *j* pertencentes a um nível $i + 1$.

- A_1 contém as transições entre estados pertencentes a um mesmo nível i, para $i \geq l$. Assim:

$$A_1 = \begin{bmatrix} b_0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 \\ 0 & 0 & \mu_1 & b_2 \end{bmatrix}. \tag{2.43}$$

Note que nesta matriz estão representadas as taxas de transição do estado $S=(i,0)$ para o estado $S=(i,1)$ (primeira linha), do estado $S=(i,1)$ para os estados $S=(i,0)$ e $S=(i,2)$ (segunda linha), do estado $S=(i,2)$ para os estados $S=(i,1)$ e $S=(i,3)$ (terceira linha) e do estado $S=(i,3)$ para o estado $S=(i,2)$ (quarta linha). As taxas de permanência são definidas nos estados $S=(i,0)$ por $b_0 = -(\lambda_2 + \lambda_1 + \mu_2)$, nos estados $S=(i,1)$ e $S=(i,2)$ por $b_1 = -(\lambda_2 + \lambda_1 + \mu_1)$, e nos estados $S=(i,3)$ por $b_2 = -(\lambda_2 + \mu_1)$. Ou seja, estão representadas todas as taxas de transição entre os estados pertencentes a um mesmo nível repetitivo $i \geq l$.

- A_2 contém as transições partindo de estados pertencentes a um nível i para estados pertencentes a um nível $i-1$, para $i \geq 1$. Sendo

$$A_2 = \begin{bmatrix} \mu_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{2.44}$$

Perceba que nesta matriz estão representadas as taxas de transição de um estado $S=(i,0)$ para um estado $S=(i-1,0)$ (primeira linha), do estado $S=(i,1)$ para o estado $S=(i-1,1)$ (segunda linha), do estado $S=(i,2)$ para os estados $S=(i-1,2)$ (terceira linha) e do estado $S=(i,3)$ para o estado $S=(i-1,3)$ (quarta linha). Na cadeia adotada como exemplo as transições entre níveis i e níveis $i-1$ ocorrem apenas entre estados onde $j=0$, dessa forma apenas a primeira linha

da matriz A_2 contém um elemento não-nulo.

Para computar as métricas de desempenho do sistema, se faz necessário o conhecimento das probabilidades da cadeia estar em cada um de seus estados. Claramente, como a cadeia pode ser infinita em um dos sentidos, não é possível se obter tais probabilidades individualmente através de métodos analíticos de análise de matrizes. Entretanto, no método MGM, para computar os vetores de probabilidades de estado em regime estacionário (π), não é necessário se considerar a matriz geradora infinita Q como um todo. Em contrapartida, as sub-matrizes finitas de Q são utilizadas.

Para que seja possível a análise de todos os estados da cadeia, deve-se considerar o caráter repetitivo da cadeia para níveis $i \geq l$. Para tais níveis da cadeia as taxas de transição são invariantes, permitindo assim que uma matriz constante de taxas de transição, contendo as transições dos estados pertencentes aos níveis repetitivos da cadeia, seja derivada, sendo tal matriz definida por R.

Dessa forma, os principais objetivos restantes para análise da cadeia são derivar a matriz R, seja por métodos diretos ou iterativos, e em seguida obter os vetores de probabilidades de estado em regime estacionário.

Para se obter a matriz R será adotado neste estudo um método iterativo apresentado em [12]. Tal método permitirá a obtenção de forma simples e eficiente da matriz R, e será exemplificado adiante em um momento mais oportuno.

Definido o método para cálculo da matriz R, o objetivo seguinte é determinar as probabilidades de estado em regime estacionário, para que a partir de tais probabilidades possam ser computados os parâmetros de desempenho do sistema. Tais probabilidades serão organizadas de acordo com o vetor de probabilidades de estado em regime estacionário π. Assim, define-se:

$$\pi = \left[\pi_{0,0}, \pi_{0,1}, \pi_{0,2}, \ldots, \pi_{0,j_{\max}-1}, \pi_{1,0}, \pi_{1,1}, \pi_{1,2}, \ldots, \pi_{1,j_{\max}-1}, \ldots \right], \qquad (2.45)$$

onde, $\pi_{i,j}$ é a probabilidade em regime estacionário do estado $i, j,$ sendo tal estado representado pelo estado j contido em um dos níveis i da cadeia. Lembrando que, $j_{\max}$ representa o número total de estados em cada nível.

Os vetores de probabilidade de estado em regime estacionário podem ser divididos de acordo com os níveis da cadeia, i, de forma que

$$\pi_i = \left[\pi_{i,0}, \pi_{i,1}, \pi_{i,2}, \ldots, \pi_{i,j_{\max}-1} \right], 0 \leq i \leq \infty. \tag{2.46}$$

Conforme mencionado anteriormente, para se obter π se faz necessária a resolução da Equação (2.36), obedecendo a condição de normalização definida pela Equação (2.37). Devido à estrutura repetitiva do processo QBD, não se faz necessária a análise da matriz Q como um todo, bastando-se analisar os níveis iniciais e um dos níveis repetitivos [25]. Primeiramente, serão descritas as equações de balanceamento para os níveis repetitivos $i \geq l$. No modelo apresentado como exemplo tem-se apenas um nível limitante. Dessa forma, $l = 1$. Assim, têm-se o sistema de equações de balanceamento para $i \geq 1$ definido por

$$\pi_{i-1} \times A_0 + \pi_i \times A_1 + \pi_{i+1} \times A_2 = 0, \quad i \geq 1. \tag{2.47}$$

Lembrando que a sub-matriz A_0 relaciona as transições de um estado do nível i para um estado de nível $i + 1$; a sub-matriz A_1 relaciona as transições entre estados de um mesmo nível i, e a sub-matriz A_2 relaciona as transições de um estado do nível i para um estado de nível $i - 1$. Então, a Equação (2.47) representa o balanceamento entre as transições de níveis $i - 1$ e de níveis $i + 1$, para um determinado nível i, bem como das transições entre estados pertencentes ao mesmo nível i; uma vez que π_{i-1} define as probabilidades, em regime estacionário, de se estar em um nível $i - 1$ da cadeia, π_{i+1} de se estar em um nível $i + 1$ da cadeia e π_i de se estar no próprio nível i em questão. Através de substituições nos valores de i na Equação (2.47), para $i \geq 1$, é possível se obter a relação entre o vetor π_i e os vetores π_{i+1} e π_{i-1} para qualquer nível repetitivo da cadeia.

Fazendo uma analogia a um processo de Nascimento e Morte, onde as transições ocorrem apenas entre estados vizinhos, observa-se, a partir da análise da CMTC apresentada na Figura

2.3, a qual modela um processo QBD, que os vetores π_i, para os níveis repetitivos podem ser definidos a partir de um vetor vizinho, definido por π_{i-1}. Além disso, as transições entre níveis repetitivos de um processo QBD são independentes de i [25]. Dessa forma, adota-se a matriz R, tornando válida a seguinte relação:

$$\pi_i = \pi_{i-1} \times R, \tag{2.48}$$

através de sucessivas substituições nos valores de i, para $i \geq 1$, é possível se obter a relação entre o vetor π_i relacionado à qualquer nível repetitivo da cadeia e o vetor π_1, de forma que

$$\pi_i = \pi_1 \times R^{i-1}. \tag{2.49}$$

Como passo seguinte se faz necessária a obtenção de π_1 e R. Para tal, a relação definida na Equação (2.49) será considerada na equação de balanceamento, dada pela Equação (2.47) [25]. Assim:

$$\pi_1 \times R^{i-2} \times A_0 + \pi_1 \times R^{i-1} \times A_1 + \pi_1 \times R^i \times A_2 = 0, \tag{2.50}$$

reagrupando os termos em comum da Equação (2.50), define-se

$$\pi_1 \times [R^{i-2} \times A_0 + R^{i-1} \times A_1 + R^i \times A_2] = 0. \tag{2.51}$$

Mais uma vez fazendo valer o caráter repetitivo dos níveis $i \geq 1$, pode-se adotar arbitrariamente $i = 2$ para computar a Equação (2.51). Tem-se então

$$\pi_1 \times [R^0 \times A_0 + R^1 \times A_1 + R^2 \times A_2] = 0. \tag{2.52}$$

Como o vetor de probabilidades π_1 é estritamente positivo, deve-se ter $A_0 + R^1 \times A_1 + R^2 \times A_2 = 0$, para que a condição de balanceamento seja satisfeita. De tal forma que uma matriz R que satisfaça tal condição também a satisfará para qualquer $i \geq 1$, devido ao caráter repetitivo do processo [25].

Resolvendo a relação $A_0 + R^1 \times A_1 + R^2 \times A_2 = 0$, é possível se obter a matriz R, permitindo assim a substituição de tal matriz na Equação (2.49). Essa substuitição permite que os

vetores de probabilidades de estado em regime estacionário, para $i \geq 1$, sejam computados [25].

Para derivar os vetores π_0 e π_1, necessários para a utilização da Equação (2.49), devem-se considerar os níveis limitantes da cadeia. No exemplo da cadeia ilustrada na Figura 2.3 tem-se apenas um nível limitante, de forma que $i = 0$. Define-se então a equação de balanceamento do nível limitante, dada por

$$\pi_0 \times B_{0,0} + \pi_1 \times A_2 = 0, \tag{2.53}$$

lembrando que a submatriz $B_{0,0}$ relaciona as transições entre estados de um mesmo nível inicial $i = 0$ e a submatriz A_2 de um estado do nível i para um estado de nível $i - 1$, no caso do nível $i = 1$ para o nível inicial $i - 1 = 0$. A Equação (2.53) representa o balanceamento entre as transições que ocorrem entre os estados do nível inicial $i = 0$, e do nível $i = 1$ para o nível inicial $i = 0$; uma vez que π_0 define as probabilidades, em regime estacionário, de se estar no nível inicial $i = 0$ da cadeia, e π_1 define as probabilidades, em regime estacionário, de se estar no nível $i = 1$ da cadeia.

Para o primeiro nível repetitivo, $i = 1$, a equação de balanceamento definida na Equação (2.47), que considera a relação entre os vetores obtida na Equação (2.49), pode ser dada por

$$\pi_0 \times A_0 + \pi_1 \times A_1 + \pi_1 \times R \times A_2 = \pi_0 \times A_0 + \pi_1 \times [A_1 + R \times A_2] = 0. \tag{2.54}$$

Os vetores π_0 e π_1 devem obedecer a condição de normalização, $\pi\mathbf{1} = 1$, definida na Equação (2.37), o que permite que a condição de normalização possa ser redefinida por

$$\sum_{n=0}^{\infty} \pi_n \mathbf{1} = 1. \tag{2.55}$$

Substituindo a relação obtida na Equação (2.49), no termo da Equação (2.55), tem-se:

$$\pi_0 \mathbf{1} + \sum_{n=0}^{\infty} \pi_1 \times R^n \mathbf{1} = \pi_0 \mathbf{1} + \pi_1 \times \left(\sum_{n=0}^{\infty} R^n \right) \mathbf{1} = 1. \tag{2.56}$$

Para que as condições de estabilidade do sistema sejam satisfeitas, as taxas de transição para estados de níveis superiores não devem ultrapassar as taxas de transição para estados de níveis

inferiores, ou seja, as taxas médias de chegadas de pacotes não devem ultrapassar as taxas médias de serviço [25]. Assim, a seguinte condição deve ser verdadeira:

$$\pi_A \times A_0 \mathbf{1} < \pi_A \times A_2 \mathbf{1}, \tag{2.57}$$

onde π_A é o vetor de probabilidades em regime estacionário da matriz $A = A_0 + A_1 + A_2$, de modo que $\pi_A \times A = 0$, e $\sum_{i=0}^{j_{\max}-1} \pi_{A,i} = 1$. Dessa forma, todos os autovalores da matriz de transição R estarão localizados dentro do círculo unitário, permitindo que a simplificação apresentada a seguir possa ser considerada [25]. A definição do somatório de R^N para os valores de $0 \leq N \leq \infty$, pode ser dada por:

$$\sum_{N=0}^{\infty} R^N = I + R + R^2 + \ldots, \tag{2.58}$$

sendo equivalente a:

$$\sum_{N=0}^{\infty} R^N \times R = R + R^2 + R^3 + \cdots. \tag{2.59}$$

Subtraindo a Equação (2.59) da Equação (2.58), tem-se:

$$\sum_{N=0}^{\infty} R^N - \sum_{N=0}^{\infty} R^N \times R = I, \tag{2.60}$$

podendo ser reescrita da seguinte forma:

$$\sum_{N=0}^{\infty} R^N \times (I - R) = I. \tag{2.61}$$

A diferença $(I - R)$ é inversível, pois 0 não é um de seus autovalores [25]. Assim pode-se reescrever a Equação (2.61) como sendo:

$$\sum_{N=0}^{\infty} R^N = I \times (I - R)^{-1}. \tag{2.62}$$

Finalmente, substituindo a Equação (2.62) na equação de balanceamento para $i = 1$, definida na Equação (2.56), a equação de cálculo dos vetores de probabilidades em regime estacionário π_0 e π_1 é obtida, sendo dada por

$$\pi_0 \mathbf{1} + \pi_1 \times \left(I - R\right)^{-1} \mathbf{1} = 1. \tag{2.63}$$

Em resumo, os vetores de probabilidades em regime estacionário de um processo QBD podem ser derivados a partir da obtenção da matriz R através da relação $A_0 + R^1 \times A_1 + R^2 \times A_2 = 0$, e através das Equações (2.49), (2.53) e (2.63) para se derivar π [25]. Os valores de π_0 e π_1 devem ser computados, permitindo posteriormente que os valores dos outros vetores π_i, dos i níveis da cadeia, sejam computados.

Dentre os métodos possíveis para se computar a matriz de transição R, será utilizado um método iterativo com sucessivas substituições proposto em [12]. Assim, a partir da relação $A_0 + R^1 \times A_1 + R^2 \times A_2 = 0$, a seguinte relação é obtida:

$$R_n = -\left(A_0 + R_{n-1}^2 \times A_2\right) \times A_1^{-1}, \tag{2.64}$$

onde o índice *n* indica o número de iterações realizadas.

Considera-se como ponto de início o valor de $n = 1$, ou seja, é computado o valor de R_1 considerando $R_{n-1} = R_0 = 0$. Em seguida é computado o valor de R_2, utilizando o valor de R_1 obtido na iteração anterior. São realizadas sucessivas iterações até que o valor de R atinja um limiar de convergência estabelecido, e satisfaça a diferença $R_n - R_{n-1} < \alpha$ para todos os elementos da matriz, sendo α o limiar de convergência definido para o sistema.

Após computar a matriz R, os vetores π_0 e π_1 podem ser computados através das Equações (2.53) e (2.54). Para uma melhor definição do processo, tais equações são repetidas a seguir, sendo:

$$\pi_0 \times B_{0,0} + \pi_1 \times A_2 = 0, \tag{2.53}$$

$$\pi_0 \times A_0 + \pi_1 \times [A_1 + R \times A_2] = 0. \tag{2.54}$$

A Equação (2.63) refere-se à condição de normalização, necessária para a existência de dependência linear entre os estados. Assim, a última coluna de cada matriz, indicada por *, deve ser substituída pela condição de normalização relacionada aos respectivos vetores de probabilidades [25]. Assim, tem-se:

$$\left[\pi_0, \pi_1\right] \times \begin{bmatrix} B_{0,0} & \left(A_0\right)^* & \mathbf{1} \\ A_2 & \left(A_1 + R \times A_2\right)^* & \left(I - R\right)^{-1} \mathbf{1} \end{bmatrix} = \left[\underline{0}, 1\right], \tag{2.65}$$

e então:

$$\left[\pi_0, \pi_1\right] = \left[\underline{\mathbf{0}}, 1\right] \times \begin{bmatrix} B_{0,0} & \left(A_0\right)^* & \mathbf{1} \\ A_2 & \left(A_1 + R \times A_2\right)^* & \left(I - R\right)^{-1} \mathbf{1} \end{bmatrix}^{-1}, \tag{2.66}$$

onde o vetor linha $\left[\underline{0}, 1\right]$ possui o número de termos semelhante ao número de colunas da matriz presente no segundo termo da multiplicação, sendo composto por uma sequência de zeros seguidos de 1.

Finalmente, após computar os valores da matriz R e dos vetores π_0 e π_1, é possível, através da Equação (2.49), computar os vetores de probabilidade em regime estacionário para quaisquer níveis da cadeia. Relembrando:

$$\pi_i = \pi_1 \times R^{i-1}, \tag{2.49}$$

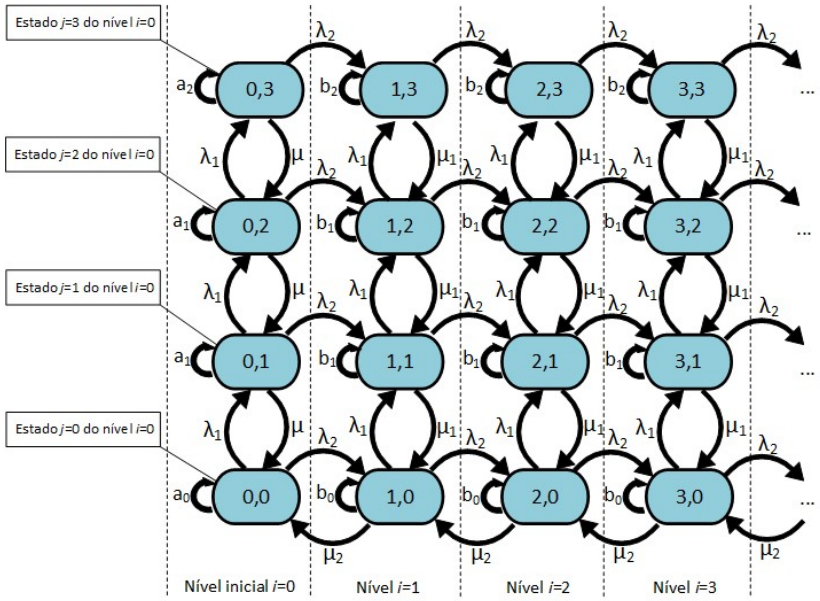
onde o elemento $\pi_{i,0}$ do vetor π_i refere-se ao primeiro estado da cadeia no nível i, $\pi_{i,1}$ refere-se ao segundo estado da cadeia no nível i, e assim sucessivamente.

Definidos os conceitos necessários para a aplicação do método MGM, pode-se então organizar as etapas necessárias para o cálculo das probabilidades de estado em regime estacionário, de forma que os seguintes passos sejam seguidos:

1. Avaliar se a matriz de transições Q possui uma estrutura que possa ser divida em blocos repetitivos. Sendo este um requisito necessário para a aplicação do método MGM.
2. A partir da Equação (2.57), garantir que a CMTC em questão é ergódica.
3. Computar a matriz R a partir da Equação (2.64).
4. Resolver o sistema de Equações (2.66) para obter π_0 e π_1.
5. A partir da Equação (2.49), computar os demais vetores de probabilidades em regime estacionário.

A seguir, utilizando a CMTC apresentada na Figura 2.3, repetida a seguir para um melhor desenvolvimento do processo, exemplificam-se os passos necessários definidos anteriormente. Assim:

1. Verificar se a matriz Q possui estrutura QBD, permitindo a aplicação do método MGM.



A matriz Q é definida então por:

$$Q = \left[\begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc}
a_0 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \mu & a_2 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
\mu_2 & 0 & 0 & 0 & b_0 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_2 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & \mu_2 & 0 & 0 & 0 & b_0 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_2 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_2 & 0 & 0 & 0 & b_0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_2
\end{array}\right]$$

De forma que:

$$Q = \begin{bmatrix} B_{00} & A_0 & 0 & 0 \\ A_2 & A_1 & A_0 & 0 \\ 0 & A_2 & A_1 & A_0 \\ 0 & 0 & A_2 & A_1 \end{bmatrix}.$$

Claramente pode-se perceber que a matriz Q tem a estrutura necessária para a aplicação do método MGM. Para exemplificar, serão utilizados os seguintes valores dos parâmetros: $\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 0.5,\ \mu = 4,\ \mu_1 = 3,\ \mu_2 = 3.$

2. Verifica-se então a estabilidade do sistema a partir da Equação (2.57), e obedecendo as condições dadas por $\pi_A \times A = 0,$ e $\sum_{i=0}^{j_{\max}-1} \pi_{A,i} = 1.$ Para tal, calcula-se a matriz $A = A_0 + A_1 + A_2$, sendo:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix},\ A_1 = \begin{bmatrix} -4.5 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -4.5 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -4.5 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -3.5 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

e,

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

A partir do sistema de equações $\pi_A \times A = 0,$ tem se:

$$-\pi_{A,0} + 3 \times \pi_{A,1} = 0,$$

$$\pi_{A,0} - 4 \times \pi_{A,1} + 3 \times \pi_{A,2} = 0,$$

$$\pi_{A,1} - 4 \times \pi_{A,2} + 3 \times \pi_{A,3} = 0,$$

$$\pi_{A,2} - 3 \times \pi_{A,3} = 0.$$

Resolvendo o sistema de equações anterior, obtem-se o vetor de probabilidade em regime

estacionário $\pi_A = [0.675 \quad 0.225 \quad 0.075 \quad 0.025]$, assim a condição de estabilidade do sistema é definida por:

$$0.5 = \pi_A A_0 \mathbf{1} < \pi_A A_2 \mathbf{1} = 2.025.$$

3. Como passo seguinte, computa-se a matriz *R* a partir do método iterativo apresentado em [12], de modo que se tenha:

$$R_n = -\left(A_0 + R_{n-1}^2 \times A_2\right) \times A_1^{-1}.$$

Para tal, utiliza-se a rotina a seguir, implementada no software Mathcad, adotando como fator de convergência uma diferença de 10^{-14} em relação ao resultado obtido na passagem anterior.

Algoritmo "Matriz de transições constantes *R* – MGM"

Início

$R_{n-1} \leftarrow 0$;

Enquanto ($R_n - R_{n-1} >= 10^{-14}$) faça

Início

$R_n \leftarrow -[A_0 + (R_{n-1})^2 \, x \, A_2] \, x \, (A_1)^{-1}$;

$R_n \leftarrow R_{n-1}$;

Fim;

Escreva "Matriz *R*: ", R_n;

Fim;

Como resultado da execução da rotina tem-se:

$$R = \begin{bmatrix} 0.165 & 0.045 & 0.012 & 3.556 \times 10^{-3} \\ 0.167 & 0.181 & 0.05 & 0.014 \\ 0.167 & 0.157 & 0.18 & 0.052 \\ 0.167 & 0.141 & 0.156 & 0.188 \end{bmatrix}.$$

4. Como passo seguinte, tem-se a obtenção dos vetores de probabilidades em regime estacionário π_0 e π_1 a partir do sistema de Equações (2.66), relembrando:

$$\left[\pi_0, \pi_1\right] = \left[\underline{0},1\right] \times \begin{bmatrix} B_{0,0} & \left(A_0\right)^* & \mathbf{1} \\ A_2 & \left(A_1 + R \times A_2\right)^* & \left[I - R\right]^{-1}\mathbf{1} \end{bmatrix}^{-1}, \qquad (2.66)$$

lembrando que o vetor linha $\left[\underline{0},1\right]$ possui o número de elementos semelhante ao número de colunas da matriz presente no segundo termo da equação, sendo composto por uma sequência de zeros seguidos de 1; e sendo *I* a matriz identidade, dada por:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

e também:

$$\left[I - R\right]^{-1} 1 = \begin{bmatrix} 1.221 & 0.074 & 0.025 & 8.197 \times 10^{-3} \\ 0.275 & 1.258 & 0.086 & 0.029 \\ 0.324 & 0.275 & 1.258 & 0.086 \\ 0.361 & 0.287 & 0.262 & 1.254 \end{bmatrix}.$$

A matriz $B_{0,0}$ é dada por:

$$B_{0,0} = \begin{bmatrix} -1.5 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -5.5 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -5.5 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -4.5 \end{bmatrix}.$$

A matriz $J = \left[A_1 + R \times A_2\right]$ é dada por:

$$J = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 0 \\ 3.5 & -4.5 & 1 & 0 \\ 0.5 & 3 & -4.5 & 1 \\ 0.5 & 0 & 3 & -3.5 \end{bmatrix}.$$

Aplicando a condição de normalização, como já definido, cria-se a matriz

$J^* = \left[A_1 + R \times A_2\right]^*$ substituindo a última coluna de J pela soma dos elementos de cada linha da matriz $\left[I - R\right]^{-1} 1$. Assim, a matriz J^* é dada por:

$$J^* = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 1.328 \\ 3.5 & -4.5 & 1 & 1.648 \\ 0.5 & 3 & -4.5 & 1.943 \\ 0.5 & 0 & 3 & 2.164 \end{bmatrix}.$$

A matriz A_0 é dada por:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

Aplicando a condição de normalização, como já definido, cria-se a matriz A_0^* substituindo a última coluna de A_0 por um vetor coluna que possui o número de elementos igual ao número de linhas de A_0, sendo todos elementos iguais a 1. A matriz A_0^* pode então ser dada por:

$$A_0^* = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Obtem-se então:

$$\left[\pi_0, \pi_1\right] = \left[\underline{0}, 1\right] \times \begin{bmatrix} -1.5 & 1 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & -5.5 & 1 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & -5.5 & 1 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -4.5 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 & 1.328 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.5 & -4.5 & 1 & 1.648 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 3 & -4.5 & 1.943 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 3 & 2.164 \end{bmatrix}^{-1},$$

onde $[\underline{0},1] = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$, e

$$[\pi_0, \pi_1] = [\underline{0},1] \times \begin{bmatrix} -1.296 & -0.28 & -0.061 & -0.013 & 0.058 & 0.162 & 0.27 & 0.361 \\ -1.034 & -0.439 & -0.095 & -0.021 & 0.068 & 0.138 & 0.258 & 0.356 \\ -0.777 & -0.355 & -0.294 & -0.065 & 0.085 & 0.128 & 0.222 & 0.34 \\ -0.567 & -0.289 & -0.255 & -0.279 & 0.102 & 0.125 & 0.202 & 0.303 \\ -0.931 & -0.201 & -0.044 & -9.681\times10^{-3} & -0.197 & 0.105 & 0.257 & 0.358 \\ -0.575 & -0.124 & -0.027 & -5.979\times10^{-3} & -0.122 & -0.134 & 0.194 & 0.34 \\ -0.246 & -0.053 & -0.012 & -2.562\times10^{-3} & -0.052 & -0.055 & -0.056 & 0.269 \\ 0.556 & 0.12 & 0.026 & 5.789\times10^{-3} & 0.118 & 0.052 & 0.019 & 6.116\times10^{-3} \end{bmatrix},$$

sendo:

$$\pi_0 = \left[0.556 \quad 0.12 \quad 0.026 \quad 5.789\times10^{-3}\right], \text{ e}$$

$$\pi_1 = \left[0.118 \quad 0.052 \quad 0.019 \quad 6.116\times10^{-3}\right].$$

5. Finalmente, a partir da Equação (2.49), pode-se então obter qualquer um dos vetores de probabilidades em regime estacionário relacionados à CMTC apresentada. Assim, para exemplificar o processo, será calculado o vetor π_{10}, de forma que:

$$\pi_{10} = \pi_1 \times R^9,$$

$$\pi_{10} = \left[0.118 \quad 0.052 \quad 0.019 \quad 6.116\times10^{-3}\right] \times \begin{bmatrix} 2.387\times10^{-5} & 1.622\times10^{-5} & 9.128\times10^{-6} & 4.216\times10^{-6} \\ 6.345\times10^{-5} & 4.314\times10^{-5} & 2.43\times10^{-5} & 1.124\times10^{-5} \\ 1.169\times10^{-4} & 7.958\times10^{-5} & 4.49\times10^{-5} & 2.078\times10^{-5} \\ 1.676\times10^{-4} & 1.141\times10^{-4} & 6.446\times10^{-5} & 2.987\times10^{-5} \end{bmatrix},$$

$$\pi_{10} = \left[9.363\times10^{-6} \quad 6.367\times10^{-6} \quad 3.588\times10^{-6} \quad 1.659\times10^{-6}\right].$$

Até agora um breve resumo sobre os conceitos básicos utilizados no desenvolvimento deste estudo foi apresentado. Nos capítulos seguintes serão abordadas as análises e os resultados numéricos obtidos para cada sistema proposto, bem como uma comparação entre o desempenho dos sistemas que consideram e desconsideram possíveis erros de sensoriamento.

Capítulo 3

Análise de atraso e Métrica Power em um sistema de Rádios Cognitivos com filas e retransmissão, considerando canal com desvanecimento Nakagami-m e sensoriamento espectral perfeito

3.1 Introdução

Um dos pontos principais para assegurar a viabilidade de um sistema onde os recursos são compartilhados é analisar o desempenho de tal sistema, considerando os possíveis impactos causados pela concorrência no uso dos recursos.

A análise do sistema proposto inicialmente em [9] considera um sistema baseado em filas com prioridade e disciplina de atendimento do tipo FIFO para ambas as classes de usuários. Considera-se que os USs realizam o sensoriamento do espectro de maneira perfeita, de modo que não ocorram perdas de transmissão por *miss-detection* ou falso-alarme; além disso, os sistemas primários e secundários estão em perfeito sincronismo temporal, de modo que não ocorram colisões. O canal de transmissão é considerado perfeito, livre de qualquer tipo de perda ou ruído; são derivadas expressões, para os cálculos do atraso total médio nas redes primária e secundária, bem como o número médio de elementos em cada sistema, adotando um modelo de fila do tipo M/D/1. Ainda em [9], são considerados erros de sensoriamento, entretanto o desempenho dos sistemas, em tal cenário, é analisado apenas através de simulações de Monte Carlo, não sendo apresentado modelo teórico.

Em [10] é adotado um modelo de filas com prioridade do tipo M/G/1, baseado em [11], para analisar o desempenho de um sistema de rádios cognitivos livre de erros de sensoriamento.

Tem-se como ponto de partida as equações para cálculo de atraso médio derivadas por Khintchine-Pollaczek [13][14]. Assim como em [9], considerou-se que os sistemas primários e secundários estão em perfeito sincronismo temporal, de modo que não ocorram colisões, e que a disciplina de atendimento é do tipo FIFO para ambas as classes de usuários. Em tal análise são consideradas três métricas de desempenho, o atraso total médio na rede primária e secundária e o valor obtido através da métrica *Power*. Ainda em [10], os dados são transmitidos através de um canal sem desvanecimento, ou seja, um canal do tipo AWGN, e caso um pacote seja transmitido com erro, o mesmo deverá ser retransmitido, sendo o número de possíveis retransmissões ilimitado. Dessa forma, as considerações de sistemas livres de erros de sensoriamento, de canal ideal ou do tipo AWGN, distanciam os resultados obtidos em [9] e [10] de um cenário real.

Neste capítulo estendeu-se a análise apresentada em [10], adotando-se um modelo de filas com prioridade do tipo M/G/1, baseado em [11], para analisar o desempenho de um sistema de rádios cognitivos livre de erros de sensoriamento. Assim como em [10], considera-se que o tempo é dividido em *slots* e os sistemas primários e secundários estão em perfeito sincronismo temporal, de forma que não ocorram colisões entre pacotes na rede. A disciplina de atendimento considerada é do tipo FIFO para ambas as classes de usuários. Considera-se um modelo de canal com desvanecimento Nakagami-*m*, onde o fator de desvanecimento *m* é variado, alterando assim o modelo de canal; considerou-se também um número limitado de possíveis retransmissões. Tais considerações tornam o modelo mais realista se comparado aos resultados apresentados em [9] e [10]. Para se avaliar o desempenho do sistema proposto neste capítulo serão considerados os mesmos parâmetros adotados em [10]: o atraso total médio na rede primária e secundária e o valor obtido através da métrica *Power* para a rede secundária.

3.2 Modelo de Sistema

Seguindo a abordagem adotada em [10], considera-se um modelo de filas com prioridade do tipo *M/G/1* com duas classes de usuários, usuários primários e secundários. Além disso, se um pacote é transmitido com erro, o mesmo deve ser retransmitido. Duas regras de retransmissão são avaliadas: no primeiro modelo, as retransmissões são ilimitadas, garantindo a recepção correta do pacote; no segundo modelo, o número de retransmissões no sistema (*Nr*) é limitado

a um valor máximo, denominado Nr_{max}, de modo que o pacote é descartado após Nr_{max} +1 transmissões.

A Figura 3.1 ilustra o sistema no qual infinitas retransmissões são permitidas. Na Figura 3.2 é ilustrado o sistema em que as retransmissões são limitadas a Nr_{max}.

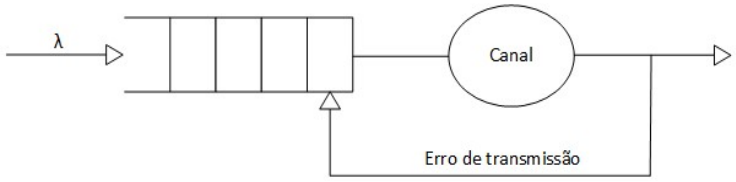


Figura 3.1 - *Sistema onde são permitidas infinitas retransmissões.*

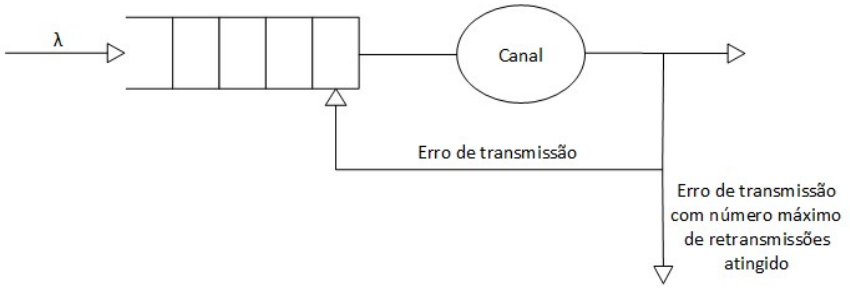


Figura 3.2 - *Sistema onde o número máximo de retransmissões é limitado .*

3.3 Análise do atraso para usuários primários e secundários

Nesta seção são apresentadas as análises de atraso total médio nas redes primária e secundária. Consideram-se apenas pacotes recebidos corretamente para o cálculo do *throughput* do sistema. Dessa forma, pacotes recebidos com erro devem ser retransmitidos. No primeiro modelo, os pacotes podem ser retransmitidos quantas vezes forem necessárias, assim o *throughput* é igual a taxa média de chegada de pacotes. No segundo modelo, um pacote pode ser retransmitido apenas um número limitado de vezes, isso significa que se um pacote não obtiver sucesso na transmissão, após todas as possíveis retransmissões, ele será descartado. Assim, no segundo cenário a análise de *throughput* não deve considerar os pacotes descartados. Para garantir a estabilidade dos sistemas, assume-se que a taxa de chegada de pacotes nunca excede a taxa de serviço. Isso significa que a utilização do canal, ρ, nunca excede 1, ou 100%, sendo dada por

$$\rho = \lambda E[X] \tag{3.1}$$

onde $E[X]$ é o tempo médio necessário para transmissão correta de um pacote, ou tempo de serviço efetivo médio.

3.3.1 Atraso dos pacotes gerados por UPs

Neste estudo considera-se o tempo médio de espera em uma fila M/G/1 com prioridade e retransmissões proposto por [11].

O atraso total médio de um pacote no sistema é definido como sendo o atraso médio de transmissão do pacote, somado ao tempo médio gasto pelo pacote aguardando atendimento na fila. De acordo com [10] [11], baseando-se nas equações de Khintchine-Pollaczek [13] [14], o atraso total médio na rede primária, W_1, é dado por

$$W_1 = E\left[X_1\right] + \frac{\lambda_1 E\left[X_1^2\right]}{2(1-\rho_1)}, \tag{3.2}$$

onde X_1 é uma variável aleatória que representa o tempo necessário para a transmissão correta de um pacote na rede primária, ou tempo de serviço efetivo na rede primária, e ρ_1 é parcela do canal utilizada por usuários primários. O tempo necessário para uma tentativa de transmissão do pacote depende apenas do tamanho do pacote e da taxa de transmissão e é calculado por

$$\tau_1 = \frac{l_{p1}}{Rb_1}, \tag{3.3}$$

onde l_{p1} é o tamanho do pacote primário e Rb_1 é a taxa de transmissão primária, definida por $Rb_1 = BW \log_2 M$, sendo BW a largura de banda do canal.

Caso um pacote seja recebido com erro, o mesmo é retransmitido. O número de retransmissões, denominado de Nr, pode ser ilimitado ou limitado a um valor $Nr_{\max}$. Assim, o tempo efetivamente gasto para transmitir um pacote, X_1, é dado por:

$$X_1 = (Nr + 1) \times \tau_1. \tag{3.4}$$

A segunda parcela da soma na Equação (3.2) representa o tempo médio de espera de um pacote na fila. Para calcular este tempo se faz necessário o cálculo do valor quadrático médio do tempo de serviço efetivo, $E\left[X_1^2\right]$.

Dessa forma, o tempo de serviço efetivo médio para o usuário primário, considerando retransmissões ilimitadas, pode ser calculado de acordo com o apresentado em [10]:

$$E\left[X_1\right] = \sum_{Nr=0}^{\infty} (Nr+1)\tau_1 \left(\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right)^{Nr} \left(1-\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right), \quad (3.5)$$

sendo $\overline{PER}_n(\bar{\gamma})$ a PER média no sistema, definida pela Equação (2.11).

Seguindo a mesma análise aplicada ao tempo de serviço efetivo médio, $E\left[X_1\right]$, pode-se definir o valor quadrático médio do tempo de serviço efetivo como

$$E\left[X_1^2\right] = \sum_{Nr=0}^{\infty} \left[(Nr+1)\tau_1\right]^2 \left(\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right)^{Nr} \left(1-\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right). \quad (3.6)$$

Considerando que o número de retransmissões é limitado, o pacote será descartado caso não obtenha sucesso após $Nr_{\max}+1$ transmissões. Assim, define-se o tempo de serviço efetivo médio para o usuário primário em tal cenário como sendo

$$\begin{aligned} E\left[X_1\right] = &\left\{\sum_{Nr=0}^{Nr\max}\left[(Nr+1)\tau_1 \left(\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right)^{Nr} \left(1-\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right)\right]\right\} \\ &+\left\{(Nr_{\max}+1)\tau_1\left[1-\sum_{Nr=0}^{Nr_{\max}}\left(\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right)^{Nr} \left(1-\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right)\right]\right\}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

e para o mesmo cenário, o valor quadrático médio do tempo de serviço efetivo para o usuário primário, $E\left[X_1^2\right]$, pode ser definido como

$$\begin{aligned} E\left[X_1^2\right] = &\left\{\sum_{Nr=0}^{Nr\max}\left[\left((Nr+1)\tau_1\right)^2 \left(\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right)^{Nr} \left(1-\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right)\right]\right\} \\ &+\left\{\left[(Nr_{\max}+1)\tau_1\right]^2\left[1-\sum_{Nr=0}^{Nr_{\max}}\left(\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right)^{Nr} \left(1-\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})\right)\right]\right\}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.3.2 Atraso dos pacotes gerados por USs

Para analisar o atraso dos pacotes de USs deve-se lembrar que um US é um usuário oportunista, o que significa que a utilização do canal por parte do UP deve ser levada em consideração. O UP tem prioridade de transmissão no canal; assim, quanto maior for sua utilização do canal, menor será a disponibilidade do canal para uma transmissão oportunista. Assim, o atraso dos pacotes de USs depende da utilização do canal por parte do UP, ρ_1, do tempo de serviço efetivo médio para o usuário primário, $E[X_1]$, e também da taxa média de chegada de pacotes primários, λ_1. Seguindo a abordagem proposta em [10] pode-se definir o atraso total médio na rede secundária, W_2, como [11]

$$W_2 = \frac{E[X_2]}{(1-\rho_1)} + \frac{\lambda_1 E[X_1^2] + \lambda_2 E[X_2^2]}{2(1-\rho_1)(1-\rho_1-\rho_2)}, \qquad (3.9)$$

onde X_2 é uma variável aleatória que representa o tempo necessário para a transmissão correta de um pacote na rede secundária, ou tempo de serviço efetivo na rede secundária, e ρ_2 é a utilização do canal por parte do US definida pela Equação (3.1). A primeira parte da soma na Equação (3.9) define o tempo médio para transferência de um pacote na rede secundária, considerando que o canal está disponível para o US apenas na ausência de transmissões primárias. O segundo termo da Equação (3.9) refere-se ao tempo médio de espera na fila para os USs.

É possível determinar $E[X_2]$ e $E[X_2^2]$ através da mesma abordagem aplicada para UPs, utilizando equações similares às Equações (3.5) e (3.6), substituindo τ_1 por τ_2 e $\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})$ por $\overline{PER_{n2}}(\bar{\gamma})$, onde $\tau_2 = \frac{l_{p2}}{Rb_2}$, em que l_{p2} é o tamanho do pacote secundário e Rb_2 é a taxa de transmissão secundária, definida por $Rb_2 = BW \log_2 M$, sendo BW a largura de banda do canal.

No segundo cenário, onde apenas um número limitado de retransmissões é permitido, o tempo de serviço efetivo médio para o usuário secundário, $E[X_2]$, é calculado por equações

similares às Equações (3.7) e (3.8), substituindo novamente τ_1 por τ_2 e $\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})$ por $\overline{PER_{n2}}(\bar{\gamma})$.

3.4 Métrica *Power*

A métrica *Power* foi apresentada por A. Giessler, J. Hanle, A. Konig, e E. Pade em [30] e é definida como a razão entre *throughput* e atraso. Tal métrica permite que se investigue a solução de compromisso entre *throughput* e atraso no sistema em análise.

Neste estudo utiliza-se a métrica *Power* com o objetivo de investigar o desempenho do sistema do ponto de vista de um US. Assim, será calculada a métrica *Power* para o usuário secundário, adotando-se diferentes parâmetros no sistema.

Considerando o cenário onde as retransmissões são ilimitadas, todos os pacotes que chegam ao sistema serão transmitidos corretamente; assim, o *throughput* é considerado igual à taxa média de chegada de pacotes. Dessa forma, a métrica *Power* pode ser definida como

$$Power_i = \frac{\lambda_i}{W_i}, \tag{3.10}$$

onde *i* define a classe de usuário, ou seja, *i*=1 para UPs, e *i*=2 para USs.

Considerando que apenas um número limitado de retransmissões é permitido, pacotes que não obtiverem sucesso na transmissão após $Nr_{\max}$ retransmissões serão descartados. Assim, para se determinar o *throughput* do sistema, deve-se desconsiderar a parcela de pacotes descartados em relação à taxa média de chegada de pacotes. Dessa forma, a métrica *Power* para este cenário pode ser definida como

$$Power_i = \frac{\lambda_i \left(1 - P_d\right)}{W_i}, \tag{3.11}$$

onde P_d é a probabilidade de um pacote ser descartado, definida por

$$P_d = 1 - \sum_{Nr=0}^{Nr_{\max}} \left[\left(\overline{PER_n}(\bar{\gamma}) \right)^{Nr} \left(1 - \overline{PER_n}(\bar{\gamma}) \right) \right]. \tag{3.12}$$

3.5 Resultados numéricos

Nesta seção serão apresentados os resultados numéricos para o atraso total médio nos sistemas e para a métrica *Power*, considerando um modelo de canal com desvanecimento Nakagami-*m*. O sensoriamento espectral realizado pelo usuário secundário é assumido como perfeito, conforme definido anteriormente.

Para permitir a comparação com os resultados apresentados em [10], considerou-se também um modelo de canal AWGN e utilizaram-se os mesmos parâmetros utilizados em [10], a saber:

- O comprimento dos pacotes provenientes de UPs e USs são iguais, sendo $l_{p1} = l_{p2} = 1000\ bits.$
- A largura de banda do canal é igual a $1\ MHz$, resultando em uma taxa de transmissão $Rb = \log_2 M$ Mbps, onde M é o número de pontos na constelação *M*-QAM utilizada. Consideraram-se como possíveis as modulações 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM e 1024-QAM, adotando a mesma ordem de modulação para ambas as classes de usuários.
- Considerou-se $SNR = 26\ dB,$ como em [10], e também os valores de $SNR = 20\ dB$ e $SNR = 32\ dB,$ para permitir a avaliação da influência da SNR nos resultados.
- Taxa de chegada de pacotes secundários $\lambda_2 =$ 1000 *pacotes* / *segundo*.

O desempenho do sistema é analisado, em função da taxa de chegada de pacotes primários, mantendo-se $\rho_1 + \rho_2 < 1,$ e da SNR no canal. As métricas de desempenho consideradas foram o atraso total médio na rede primária e secundária, bem como o valor da métrica *Power* para a rede secundária.

Calculou-se a PER média para usuários primários e secundários, $\overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})$ e $\overline{PER_{n2}}(\bar{\gamma}),$ a partir da Equação (2.11), em seguida foram obtidos os valores do tempo de serviço efetivo médio para usuários primários e secundários, $E[X_1]$ e $E[X_2],$ a partir da utilização da Equação (3.5), quando o número de retransmissões é ilimitado, e da Equação (3.7), quando o núme-

ro máximo de retransmissões é limitado. Na sequência foram calculados os valores quadráticos médios do tempo de serviço efetivo para usuários primários e secundários, $E\left[X_1^2\right]$ e $E\left[X_2^2\right]$, a partir da Equação (3.6), quando o número de retransmissões é ilimitado, e a partir da Equação (3.8), quando o número de máximo de retransmissões é limitado. De posse dos valores dos tempos de serviço efetivos médios e dos valores quadráticos médios do tempo de serviço efetivo para usuários primários e secundários, utilizou-se a Equação (3.2) para o cálculo do atraso total médio na rede primária, W_1, e a Equação (3.9) para o cálculo do atraso total médio na rede secundária, W_2. Após o cálculo do atraso total médio nas redes primária e secundária, são obtidos os valores relacionados à métrica *Power* secundária, a partir da Equação (3.10), quando o número de retransmissões é ilimitado, e a partir da Equação (3.11), quando o número máximo de retransmissões é limitado.

3.5.1 Sistema com retransmissões ilimitadas

No primeiro cenário, onde as retransmissões são ilimitadas, são comparados os resultados obtidos em um canal AWGN e os mesmos resultados obtidos em um canal com desvanecimento Nakagami-*m*, adotando um fator de desvanecimento $m = 1$, ou seja, considerando um canal Rayleigh.

A Figura 3.3 ilustra a curva do atraso total médio na rede primária W_1, em função da taxa média de chegada de pacotes primários λ_1, considerando $SNR = 26\ dB$, para várias ordens de modulação.

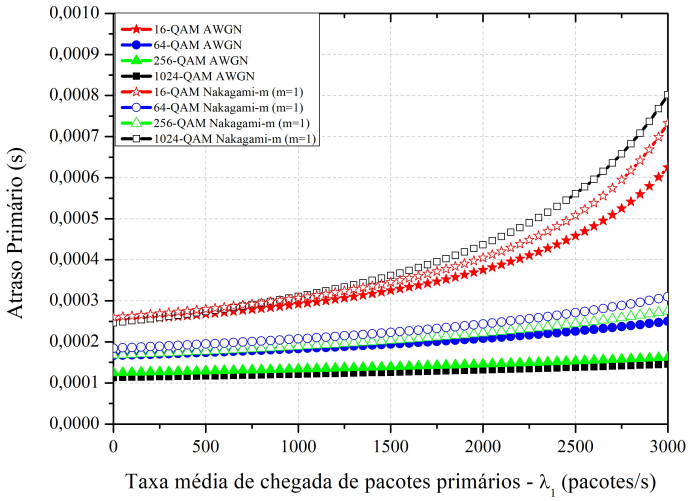


Figura 3.3 - *W_1 para AWGN e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26dB.*

Observa-se na Figura 3.3 que com o aumento de λ_1, o atraso total médio na rede primária aumenta, devido ao aumento do tempo de fila. Com o aumento da ordem de modulação, a taxa de transmissão aumenta. Entretanto, considerando uma SNR fixa, o valor da PER aumenta com o aumento da ordem de modulação; dessa forma, mais retransmissões ocorrem, o que significa que o tempo de serviço efetivo aumenta. Pode-se observar também que W_1 é sempre maior quando um canal com desvanecimento Rayleigh é considerado, se comparado ao mesmo sistema considerando canal AWGN. Assim, para um resultado mais realista é imprescindível a utilização do modelo adequado de canal. Nota-se ainda que uma modulação de melhor desempenho pode ser definida, minimizando o valor de W_1.

Na Figura 3.4, o atraso total médio na rede secundária, W_2, é ilustrado em função da taxa média de chegada de pacotes primários, λ_1, para várias ordens de modulação, considerando $SNR = 26\ dB$.

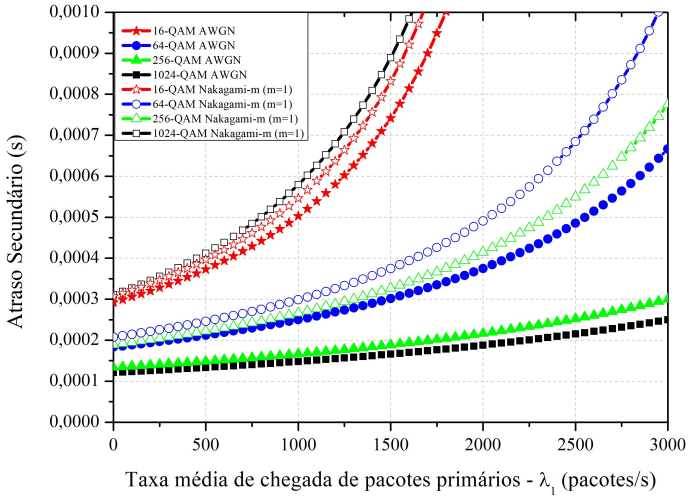


Figura 3.4 - *W_2 para AWGN e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26dB.*

Observa-se na Figura 3.4 que W_2 aumenta com o aumento de λ_1, pelas mesmas razões discutidas anteriormente. Pode-se observar ainda que o valor de W_2 é sempre maior que o valor de W_1, devido ao caráter oportunista da rede secundária.

A Figura 3.5 mostra o gráfico da métrica *Power* secundária, considerando $SNR = 26\ dB$, em função de λ_1.

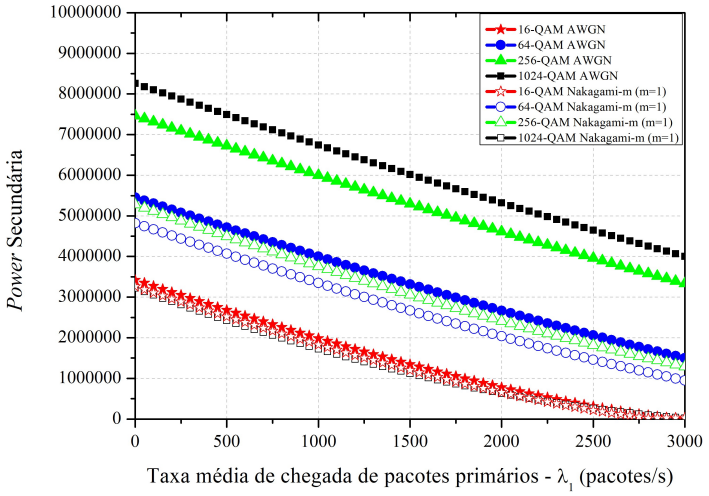


Figura 3.5 - *Power secundária para AWGN e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26dB.*

O valor da métrica *Power* secundária reduz com o aumento de λ_1, pois quanto maior for λ_1, maior será o valor de W_2. Analisando as curvas, pode-se observar que uma ordem de modulação adequada pode ser utilizada para otimizar o desempenho do usuário secundário, considerando os valores da métrica *Power* secundária. Novamente, os resultados são fortemente dependentes do modelo de canal considerado.

3.5.2 Sistema com retransmissões limitadas

No segundo cenário, onde as retransmissões são limitadas, são comparados os resultados obtidos considerando um canal com desvanecimento Nakagami-*m*, variando o fator de desvanecimento *m*. A comparação é realizada considerando *m* = 1 e *m* = 0.5. O número máximo de retransmissões permitidas, Nr_{Max}, é considerado igual a 5.

Na Figura 3.6 o atraso total médio na rede primária, W_1, é ilustrado em função da taxa de chegada de pacotes primários, λ_1, para várias ordens de modulação e dois valores do parâmetro *m*.

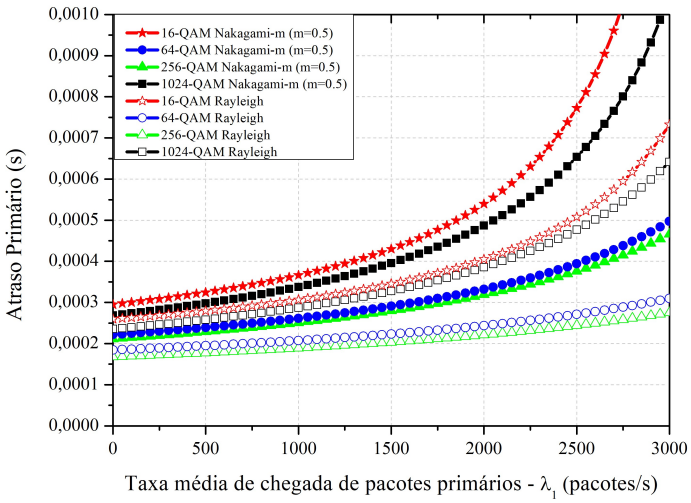


Figura 3.6 - *W_1 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26dB.*

Na Figura 3.6 pode-se observar que, novamente, o aumento de λ_1 provoca o aumento de W_1, pelas mesmas razões discutidas anteriormente. Percebe-se ainda a influência do fator de

desvanecimento, *m*, no aumento do atraso total médio na rede primária. Tal fato justifica-se pelo aumento da PER, quando $m = 0.5$, devido ao desvanecimento no canal tornar-se mais severo.

Na Figura 3.7 o atraso total médio na rede secundária, W_2, é ilustrado em função da taxa de chegada de pacotes primários, λ_1, para várias ordens de modulação e dois valores do parâmetro *m*.

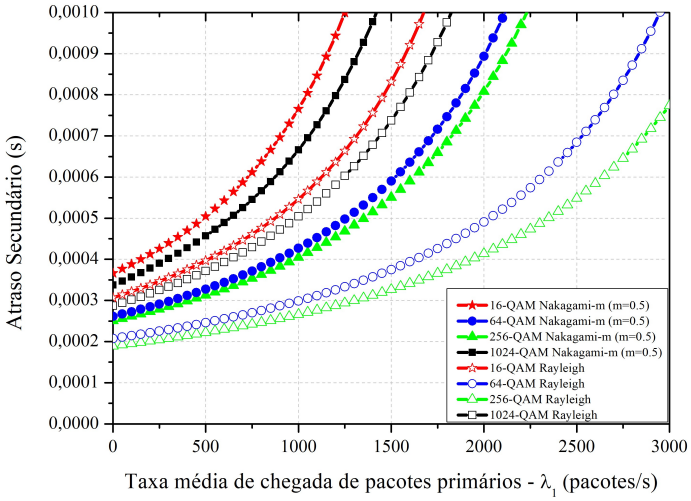


Figura 3.7 - *W_2 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26dB.*

Observa-se na Figura 3.7 o aumento de W_2 com o aumento de λ_1, pelas mesmas razões discutidas anteriormente. Observa-se que o valor de W_2 é sempre superior ao valor de W_1. Percebe-se ainda a influência do fator de desvanecimento, *m*, no aumento do atraso total médio na rede secundária, pelas mesmas razões já discutidas.

A Figura 3.8 mostra o gráfico da métrica *Power* secundária, em função de λ_1, para várias ordens de modulação e dois valores do parâmetro *m*.

Assim como no primeiro cenário, o valor da métrica *Power* secundária diminui conforme λ_1 aumenta. Percebe-se ainda a influência do fator de desvanecimento, *m*, na redução dos valores da métrica *Power*, pelas mesmas razões discutidas anteriormente.

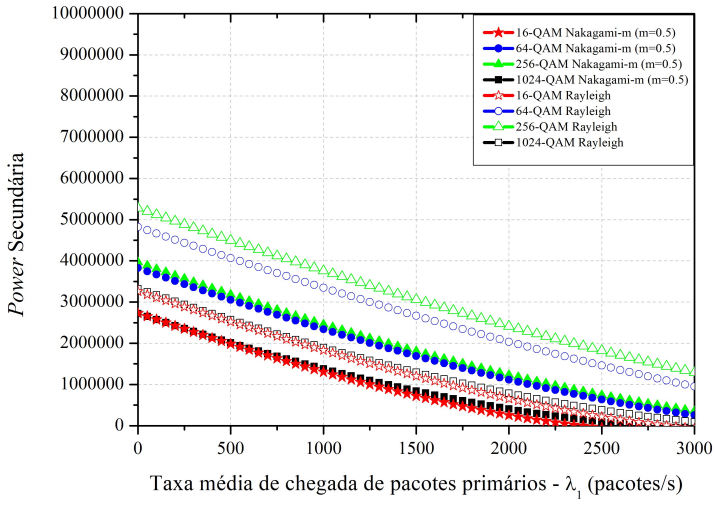


Figura 3.8 - *Power secundária para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26dB.*

Analisando as curvas mostradas anteriormente, pode-se observar, novamente, que uma ordem de modulação adequada pode ser utilizada para otimizar o desempenho do sistema, em termos da métrica *Power*, maximizando os valores da razão entre *throughput* e atraso para o usuário secundário.

A Figura 3.9 ilustra a métrica *Power* secundária em função de λ_1, para várias ordens de modulação e considerando $m = 0.5$. São comparados os resultados obtidos para o sistema onde as retransmissões são ilimitadas e o sistema onde as retransmissões são limitadas, sendo $Nr_{\max} = 5$.

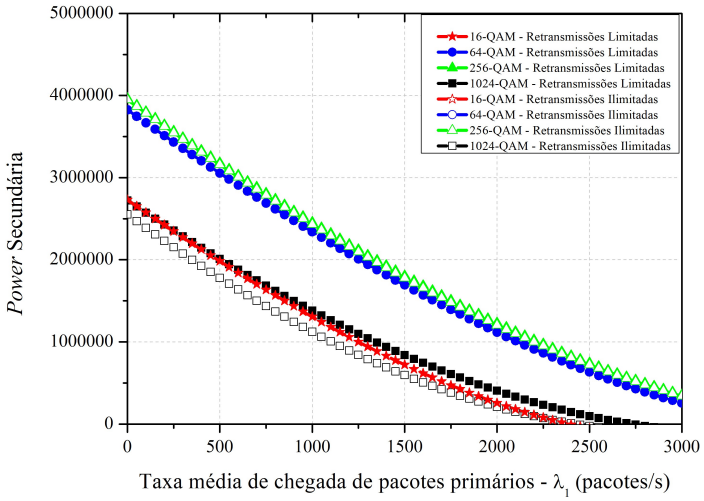


Figura 3.9 - *Power secundária para m=0.5 considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=26dB.*

Percebe-se que o desempenho dos dois sistemas se assemelha quando o número máximo de retransmissões permitidas é igual 5, sendo divergente apenas para a modulação de pior desempenho, quando se considera uma SNR de $26dB$, 1024-QAM. Por esta razão, nas análises realizadas a seguir e também no Capítulo IV, o sistema proposto será modelado considerando as retransmissões como sendo ilimitadas, uma vez que não se observou diferença expressiva nos resultados entre este sistema e o sistema com retransmissões limitadas.

3.5.3 Sistema com retransmissões ilimitadas e variações de SNR

No cenário analisado a seguir as retransmissões são consideradas ilimitadas. São comparados os resultados obtidos considerando um canal com desvanecimento Nakagami-*m* e um canal Rayleigh, para dois valores de SNR média no sistema. A comparação é realizada considerando $m = 1$ e $m = 0.5$; $\text{SNR} = 20dB$ e $\text{SNR} = 32dB$. Os demais parâmetros do sistema são os mesmos considerados anteriormente neste capítulo. O desempenho dos sistemas é analisado a partir dos valores de W_1, W_2 e métrica *Power*, sendo o valor da métrica *Power* analisado apenas do ponto de vista do usuário secundário.

Na Figura 3.10 o atraso total médio na rede primária, W_1, é ilustrado em função da taxa de chegada de pacotes primários, λ_1, para várias ordens de modulação e dois valores do parâmetro m, considerando $\text{SNR} = 20dB$.

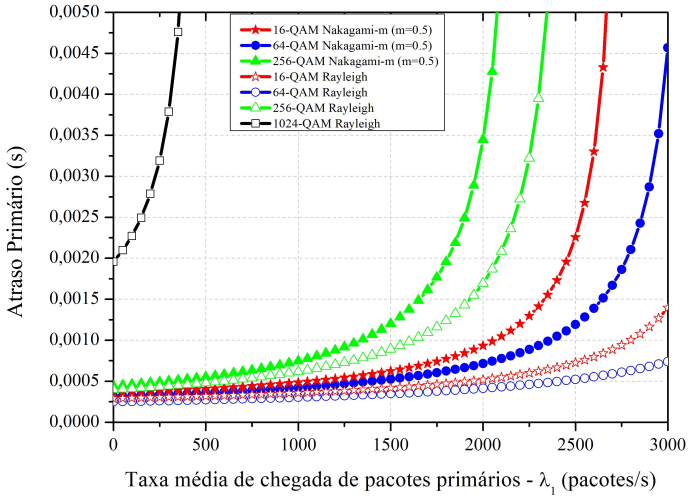


Figura 3.10 - *W_1 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=20dB.*

Na Figura 3.10 pode-se observar que, novamente, o aumento de λ_1, provoca o aumento de W_1, pelas mesmas razões discutidas anteriormente. Percebe-se ainda a influência do fator de desvanecimento, m, e da queda da SNR, no aumento do atraso total médio na rede primária. Tal ocorrência justifica-se pelo aumento da PER, devido à queda da SNR, o que faz com que o ruído no canal tenha maior efeito destrutivo sobre o sinal transmitido; e também pelo fato do desvanecimento no canal tornar-se mais severo com a variação de m. Evidencia-se ainda que a modulação 1024-QAM não deve ser utilizada na rede primária quando se considera o cenário onde $\text{SNR} = 20dB$ e o modelo de canal é do tipo Nakagami-m, com $m = 0.5$, uma vez que para tal valor de SNR tem-se uma elevada taxa de erros de pacote, próxima a 100% para a respectiva modulação, fazendo com que o atraso total médio na rede primária cresça demasiadamente (esta curva não é mostrada na Figura 3.10 devido aos elevados valores de atraso obtidos). Neste cenário, considerando $\text{SNR} = 20dB$, para ambos os modelos de canais a modulação que apresenta melhor desempenho é a modulação 64-QAM. No cenário anterior, conside-

rando os mesmos modelos de canais e $\text{SNR} = 26dB$, a modulação que apresenta melhor desempenho é a modulação 256-QAM, evidenciando a necessidade de se adotar a de modulação mais adequada de acordo com as variações dos parâmetros do sistema. Nota-se ainda que, considerando as modulações de melhor desempenho para cada cenário, o desempenho do sistema analisado na Figura 3.10 é inferior ao desempenho do sistema analisado na Figura 3.6.

Na Figura 3.11 o atraso total médio na rede secundária, W_2, é ilustrado em função da taxa de chegada de pacotes primários, λ_1, para várias ordens de modulação e dois valores do parâmetro m, considerando $\text{SNR} = 20dB$.

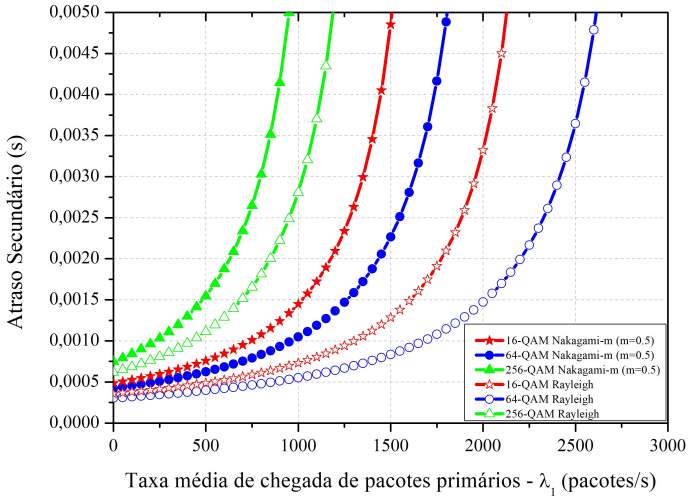


Figura 3.11 - *W_2 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64 e 256-QAM com SNR=20dB.*

Nota-se na Figura 3.11 o aumento de W_2 com o aumento de λ_1, pelas mesmas razões discutidas anteriormente. Observa-se que o valor de W_2 é sempre superior ao valor de W_1. Percebe-se ainda a influência do fator de desvanecimento, m, e da queda da SNR, no aumento do atraso total médio na rede secundária, pelas mesmas razões já discutidas. Assim como na análise anterior, considerando $\text{SNR} = 20dB$, para ambos os modelos de canais a modulação que apresenta melhor desempenho é a modulação 64-QAM. Novamente, considerando os mesmos modelos de canais e $\text{SNR} = 26dB$, a modulação que apresenta melhor desempenho é a modulação 256-QAM, evidenciando a necessidade de se adotar a ordem de modulação mais adequada

de acordo com as variações dos parâmetros do sistema. Evidencia-se ainda que a modulação 1024-QAM não deve ser utilizada na rede secundária considerando o cenário onde $\mathrm{SNR} = 20dB$, uma vez que para tal valor de SNR tem-se a probabilidade de um pacote transmitido ser recebido com erro igual a 96.7%, em um canal do tipo Rayleigh, e próxima a 100% em um canal do tipo Nakagami-*m*. Considerando-se ainda o caráter oportunista da rede secundária justifica-se a inviabilidade de uso de tal modulação, uma vez que, no cenário considerado, tem-se uma alta porcentagem de utilização do canal por parte da rede primária, fazendo com que o atraso total médio na rede secundária cresça demasiadamente (estas curvas não são mostradas na Figura 3.11 devido aos elevados valores de atraso obtidos). Ademais, assim como para a rede primária, considerando as modulações de melhor desempenho para cada cenário, o desempenho do sistema analisado na Figura 3.11 tende a ser pior do que se comparado ao desempenho do sistema analisado na Figura 3.7.

A Figura 3.12 ilustra a métrica *Power* secundária, em função de λ_1, para várias ordens de modulação e dois valores do parâmetro *m*, considerando $\mathrm{SNR} = 20dB$.

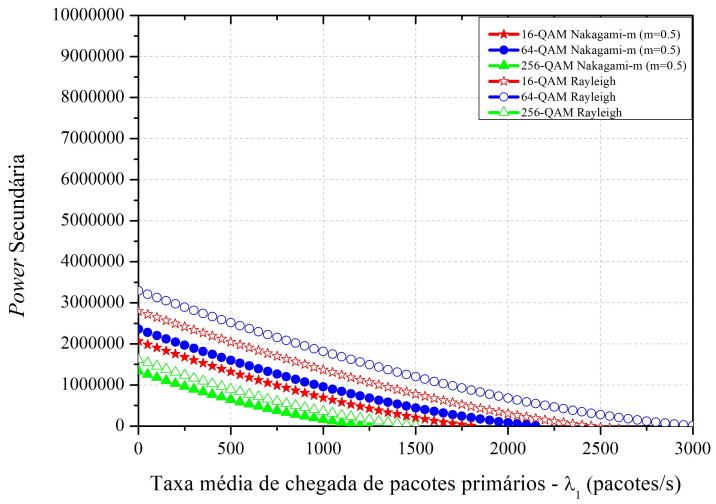


Figura 3.12 - *Power secundária para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64 e 256-QAM com SNR=20dB.*

Assim como nas análises anteriores, o valor da métrica *Power* secundária reduz com o aumento de λ_1, pois quanto maior for o valor de λ_1, maior será o valor de W_2. Percebe-se ainda a influência do fator de desvanecimento, *m*, e da queda da SNR, na redução do valor da métrica

Power, devido ao aumento do atraso total médio na rede secundária, pelas mesmas razões discutidas anteriormente. Novamente, nota-se que a modulação que apresenta melhor desempenho se altera em comparação com o sistema onde $\mathrm{SNR} = 26dB$, sendo também o desempenho do sistema analisado na Figura 3.12 inferior ao desempenho do sistema analisado na Figura 3.8, considerando a modulação de melhor desempenho para cada sistema. A modulação 1024-QAM não é considerada na presente análise, pelos mesmos motivos apresentados anteriormente.

Na Figura 3.13 o atraso total médio na rede primária, W_1, é ilustrado em função da taxa de chegada de pacotes primários, λ_1, para várias ordens de modulação e dois valores do parâmetro m, considerando $\mathrm{SNR} = 32dB$.

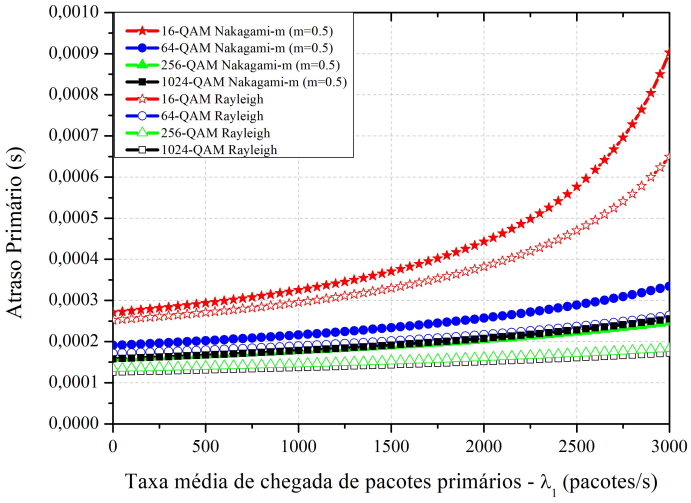


Figura 3.13 - *W_1 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=32dB.*

Observa-se na Figura 3.13 que o aumento de λ_1 provoca o aumento de W_1, pelas mesmas razões discutidas anteriormente. Percebe-se ainda a influência do fator de desvanecimento, m, e do aumento da SNR, na variação de W_1. Tal ocorrência justifica-se pela queda da PER, devido ao aumento da SNR, fazendo com que ruídos no canal tenham menor efeito destrutivo sobre o sinal transmitido. O desvanecimento no canal torna-se menos severo com o aumento de m, reduzindo a PER e, consequentemente reduzindo W_1. Neste cenário, considerando

$\mathrm{SNR} = 32dB$, nota-se que para o canal Rayleigh a modulação com melhor desempenho é a modulação 1024-QAM. Quando o modelo de canal considerado é do tipo Nakagami-*m*, com $m = 0.5$, o desempenho do sistema relacionado a modulação 1024-QAM se assemelha ao desempenho do sistema quando considera-se a modulação 256-QAM. No primeiro cenário analisado nesta seção, considerando os mesmos modelos de canais e $\mathrm{SNR} = 26dB$, a modulação que apresenta melhor desempenho é a modulação 256-QAM para ambos os tipos de canal. No cenário anterior, considerando os mesmos modelos de canal e $\mathrm{SNR} = 20dB$, a modulação que apresenta melhor desempenho é a modulação 64-QAM. Dessa forma, fica evidente a necessidade de se adotar a ordem de modulação mais adequada de acordo com as variações dos parâmetros do sistema. Nota-se ainda que considerando as modulações de melhor desempenho para cada cenário, o desempenho do sistema analisado na Figura 3.13 é superior se comparado ao desempenho dos sistemas apresentados nas Figuras 3.6 e 3.10.

A Figura 3.14 ilustra o atraso total médio na rede secundária, W_2, em função da taxa de chegada de pacotes primários, λ_1, para várias ordens de modulação e dois valores do parâmetro *m*, considerando $\mathrm{SNR} = 32dB$.

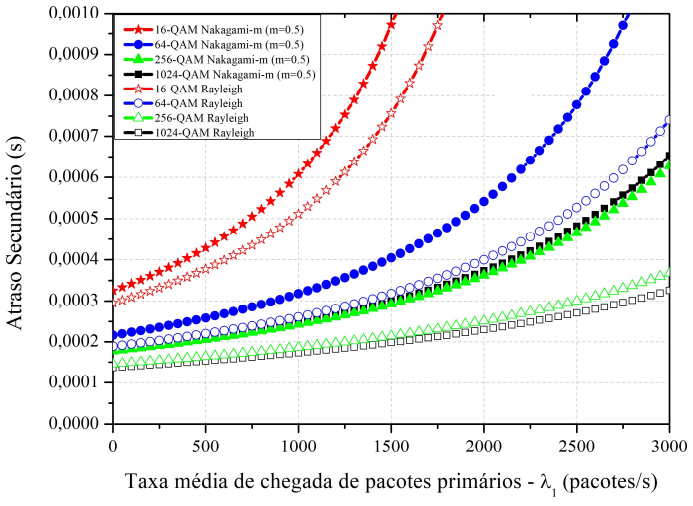


Figura 3.14 - *W_2 para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=32dB.*

Na Figura 3.14, observa-se o aumento de W_2 com o aumento de λ_1, pelas mesmas razões discutidas anteriormente. Pelas mesmas razões apresentadas anteriormente, o valor de W_2 é sempre superior ao valor de W_1. Novamente, pelas mesmas razões já discutidas, oberva-se a variação em W_2 de acordo com a variação do fator de desvanecimento, *m*, e do aumento da SNR. Neste cenário, considerando $\text{SNR} = 32dB$, nota-se que para o canal Rayleigh a modulação de melhor desempenho é a modulação 1024-QAM. Quando o modelo de canal considerado é do tipo Nakagami-*m*, com $m = 0.5$, a modulação que oferece o melhor desempenho no sistema é a modulação 256-QAM; entretanto, para valores de $\lambda_1 \leq 1500$ pacotes/s, nota-se que não existe ganho expressivo em desempenho na utilização da modulação 256-QAM em relação à utilização da modulação 1024-QAM. No primeiro cenário analisado nesta seção, considerando os mesmos modelos de canais e $\text{SNR} = 26dB$, a modulação que apresenta melhor desempenho é a modulação 256-QAM para ambos os tipos de canal. No cenário anterior, considerando os mesmos modelos de canal e $\text{SNR} = 20dB$, a modulação que apresenta melhor desempenho é a modulação 64-QAM. Novamente, evidencia-se a necessidade de se adotar a ordem de modulação mais adequada de acordo com as variações dos parâmetros do sistema. Nota-se ainda que, assim como na análise realizada sobre os resultados de W_1 para $\text{SNR} = 32dB$, considerando as modulações de melhor desempenho para cada cenário, o desempenho do sistema analisado na Figura 3.14 é superior se comparado ao desempenho dos sistemas apresentados nas Figuras 3.7 e 3.11.

A Figura 3.15 mostra o gráfico da métrica *Power* secundária, em função de λ_1, para várias ordens de modulação e dois valores do parâmetro *m*, considerando $\text{SNR} = 32dB$.

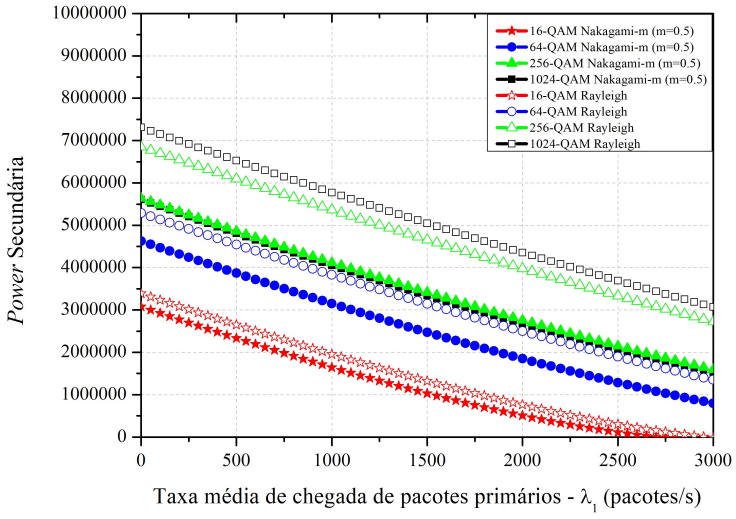


Figura 3.15 - *Power secundária para m=0.5 e Rayleigh considerando 16, 64, 256 e 1024-QAM com SNR=32dB.*

Pelos mesmos motivos já discutidos, o valor da métrica *Power* secundária diminui com o aumento de λ_1. Notam-se as influências causadas pela variação do fator de desvanecimento, *m*, e do aumento da SNR, no valor da métrica *Power*, pelas mesmas razões discutidas anteriormente. Seguindo a abordagem realizada na análise anterior, considerando $\mathrm{SNR} = 32dB$, nota-se que para o canal Rayleigh a modulação com melhor desempenho é a modulação 1024-QAM. Quando o modelo de canal considerado é do tipo Nakagami-*m*, com $m = 0.5$, a modulação 256-QAM oferece o melhor desempenho no sistema; entretanto, nota-se que não existe ganho expressivo em desempenho na utilização da modulação 256-QAM em relação à utilização da modulação 1024-QAM, em termos da métrica *Power*. No primeiro cenário analisado nesta seção, considerando os mesmos modelos de canais e $\mathrm{SNR} = 26dB$, a modulação que apresenta melhor desempenho é a modulação 256-QAM para ambos os tipos de canal. No cenário anterior, considerando os mesmos modelos de canal e $\mathrm{SNR} = 20dB$, a modulação que apresenta melhor desempenho é a modulação 64-QAM. Novamente, evidencia-se a importância de se adotar a modulação mais adequada de acordo com os parâmetros do sistema, ademais, nota-se que considerando as modulações de melhor desempenho para cada cenário, o

desempenho do sistema analisado na Figura 3.15 é superior se comparado ao desempenho dos sistemas apresentados nas Figuras 3.8 e 3.12.

3.6 Conclusões

Neste capítulo foi considerada uma Rede de Rádios Cognitivos livre de erros de sensoriamento, com acesso oportunista ao canal, modelando o canal como um canal AWGN, bem como canais com desvanecimento Rayleigh e Nakagami-*m*. Analisaram-se os desempenhos das redes primária e secundária, sendo o desempenho da rede primária analisado através do atraso total médio na rede e o desempenho da rede secundária analisado através do atraso total médio na rede e da métrica *Power*. Em um primeiro cenário proposto, onde as retransmissões são ilimitadas, foram realizadas comparações considerando várias ordens de modulação *M*-QAM, e canais do tipo AWGN e Rayleigh. Para o segundo cenário, onde apenas um número máximo de retransmissões é permitido, sendo $Nr_{\max} = 5$, realizou-se uma comparação considerando dois modelos de canal e várias ordens de modulação *M*-QAM, sendo considerados canais do tipo Nakagami-*m* com fator de desvanecimento $m = 0.5$ e $m = 1$. Em seguida, foram comparados os resultados obtidos para o sistema onde as retransmissões são ilimitadas e o sistema onde as retransmissões são limitadas, considerando $m = 0.5$, sendo o número máximo de retransmissões possíveis, Nr_{Max}, igual a 5. No terceiro cenário proposto, novamente, considerou-se que o número de retransmissões é ilimitado. Realizaram-se comparações considerando dois modelos de canal e várias ordens de modulação *M*-QAM, sendo considerados canais do tipo Nakagami-*m* com fator de desvanecimento $m = 0.5$ e $m = 1$. Ainda no terceiro cenário comparou-se o desempenho dos sistemas considerando três variações no valor de SNR, sendo: $\text{SNR} = 20dB$, $\text{SNR} = 26dB$ e $\text{SNR} = 32dB$.

Observou-se que, em um sistema onde o modelo de canal adotado considera o efeito do desvanecimento, o desempenho é sempre inferior em relação a um sistema onde o modelo de canal considerado é do tipo AWGN. Comparando-se os resultados entre os sistemas onde são adotados modelos de canal Nakagami-*m* e Rayleigh, observou-se que o desempenho no sistema que considera um modelo de canal Nakagami-*m*, com $m = 0.5$, sendo este o cenário com desvanecimento mais severo, é inferior em relação ao sistema que considera canal Rayleigh. Isso se deve ao fato de que o efeito de desvanecimento aumenta a taxa de erros de bit, BER,

aumentando a PER, resultando em mais retransmissões e aumentando o atraso total no sistema.

Comparou-se o desempenho de sistemas semelhantes onde o número de retransmissões pode ser limitado ou ilimitado, sendo o número máximo de retransmissões possíveis, Nr_{Max}, igual a 5. Observou-se que o desempenho dos dois sistemas se assemelha, sendo divergente apenas para a modulação de pior desempenho, quando se considera uma SNR de $26dB$, 1024-QAM. Dessa forma, não se justifica o pequeno ganho em desempenho, observado quando o número de retransmissões permitidas é limitado, em detrimento à garantia de correta transmissão de um pacote, alcançada quando tal pacote pode ser retransmitido exaustivamente até que seja recebido com sucesso. Assim, nas análises realizadas no capítulo seguinte, apenas um sistema com número ilimitado de retransmissões será considerado.

Observou-se ainda que, variando o valor de SNR, a modulação de melhor desempenho no sistema se altera, de modo que, para cada conjunto de parâmetros considerados nos sistemas uma ordem de modulação de melhor desempenho pode ser determinada, permitindo que se atinja o menor atraso total médio possível nas redes e o maior valor possível da métrica *Power* para a rede secundária.

Capítulo 4

Análise de atraso e Métrica Power em um sistema de Rádios Cognitivos com filas e retransmissão, considerando canal com desvanecimento Rayleigh e sensoriamento espectral imperfeito

4.1 Introdução

Neste capítulo considera-se um sistema de Rádios Cognitivos no qual o sensoriamento espectral, realizado por parte da rede oportunista, é considerado imperfeito. Tal consideração resulta em possíveis perdas de transmissão e, consequentemente, na degradação do desempenho do sistema da rede licenciada, bem como da própria rede oportunista. O desempenho deste sistema será modelado por meio de uma CMTC bi-dimensional, onde o sentido vertical da cadeia indica o crescimento da fila primária, ou *buffer* primário, e o sentido horizontal indica o crescimento da fila secundária, ou *buffer* secundário. As taxas de atendimento variam de acordo com a condição dos estados da cadeia, sendo tais taxas menores em estados onde exista a presença das duas classes de usuários, devido à influência dos erros de sensoriamento, causando possíveis colisões, e maiores, nos estados onde exista apenas uma das classes de usuário no sistema, devido à ausência dos erros de sensoriamento.

O método MGM, utilizado na análise de cadeias de Markov multidimensionais, será adotado na análise da cadeia responsável por modelar o desempenho da rede de Rádios Cognitivos com sensoriamento espectral imperfeito. Após a obtenção das probabilidades de estado em regime estacionário, serão computados os parâmetros de desempenho dos sistemas relacionados a ambas as classes de usuários, sendo analisados os mesmos parâmetros do Capítulo III,

atraso total médio nas redes primária e secundária; e o valor obtido através da métrica *Power* para a rede secundária.

4.2 Modelagem do sistema

Tem-se como passo inicial para a modelagem do sistema, a construção da cadeia. A análise do sistema proposto neste capítulo tem como ponto de partida uma CMTC bi-dimensional, limitada no número de elementos em um dos sentidos da cadeia e ilimitada em outro, sendo ilustrada na Figura 4.1. O sentido vertical da cadeia define o número de elementos no sistema primário, assim no sentido horizontal é definido o número de elementos no sistema secundário. O sentido adotado como limitado no número de elementos será o vertical. Tal consideração é justificada pelo fato de que a fila no sistema primário será sempre menor em comparação à fila no sistema secundário, devido à prioridade de atendimento do sistema primário, permitindo assim que os resultados obtidos sejam bastante próximos aos obtidos considerando uma cadeia onde os dois sentidos são ilimitados. Durante a modelagem do sistema, diversos cenários foram analisados a fim de se determinar um número ideal de estados na cadeia. Em tais cenários variou-se o número de estados nas duas dimensões da cadeia, bem como as taxas de chegada de pacotes, modulação no sistema e probabilidades de erro de sensoriamento. Na cadeia proposta o número de estados considerados no sentido vertical será igual a 12. Tal consideração justifica-se por permitir que a probabilidade de um elemento chegar ao sistema primário e ser bloqueado, por encontrar o sistema com sua capacidade máxima atingida, possa ser desprezada, uma vez que, no pior cenário considerado neste capítulo, tal probabilidade é de 0,0031%. As expressões utilizadas para o cálculo das probabilidades de bloqueio em ambas as dimensões da cadeia serão apresentadas em um momento mais oportuno. Conforme mencionado anteriormente, o sentido horizontal da cadeia, responsável por definir o sistema secundário, possui o número de elementos ilimitado. Entretanto, para que se possa computar os parâmetros de desempenho do sistema, uma vez que não foi encontrada convergência para os somatórios apresentados neste capítulo, o número de elementos em tal sentido será limitado a 42. Novamente, justifica-se tal consideração por permitir que a probabilidade de um elemento chegar ao sistema secundário e ser bloqueado, por encontrar o sistema com sua capacidade máxima atingida, possa ser desprezada, uma vez que, no pior cenário considerado neste capítulo, tal probabilidade é de 0,0039%. Devido ao caráter repetitivo do método MGM, é sufici-

ente se considerar uma cadeia onde o número de estados no sentido vertical é igual ao número de estados no sentido horizontal, assim a cadeia representada na Figura 4.1 será ilustrada com 12 estados no sentido vertical e 12 estados no sentido horizontal. Ainda na Figura 4.1, a_k e b_k definem as taxas de permanência em cada estado.

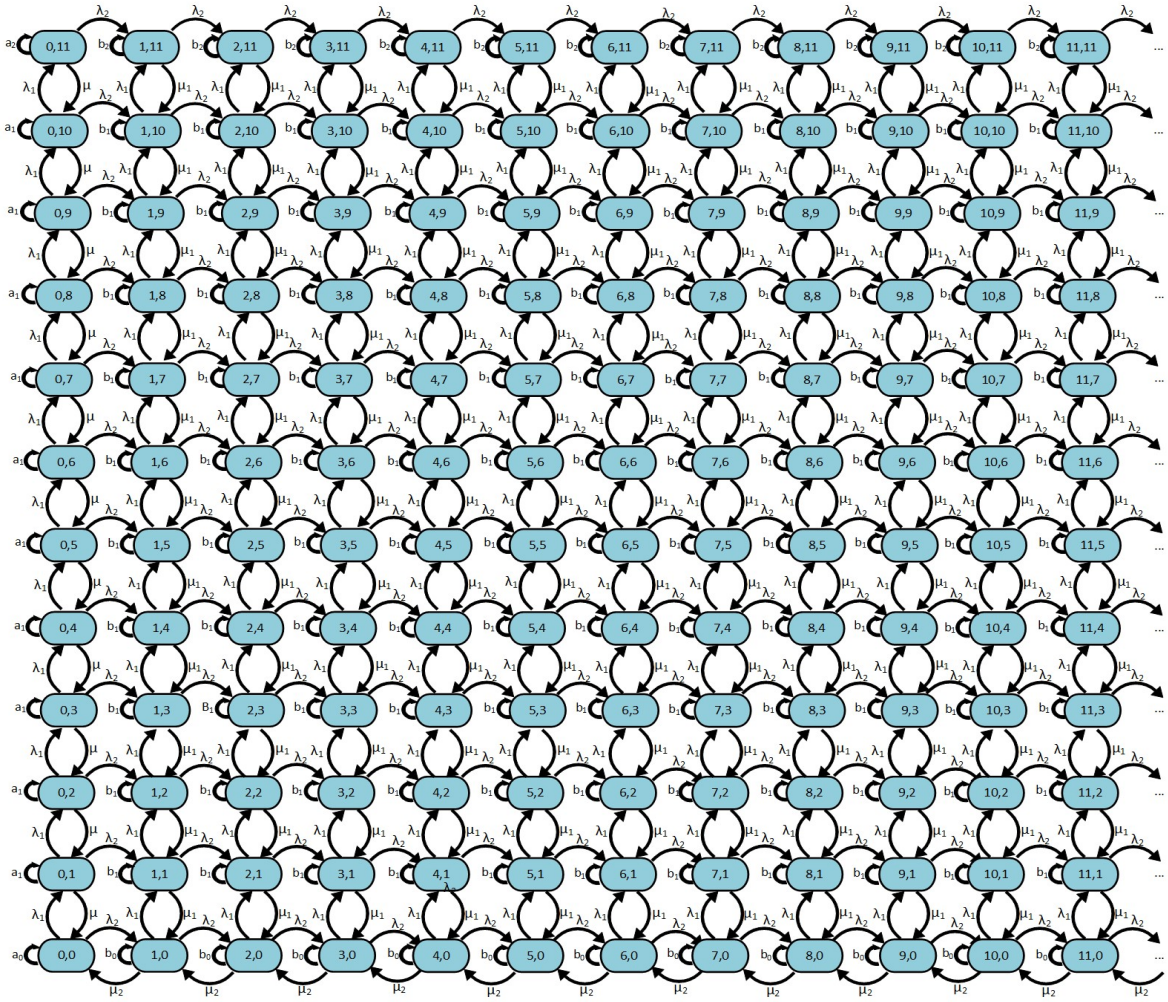


Figura 4.1 - *CMTC bi-dimensional modelando sistema com erros de sensoriamento espectral.*

A partir da aplicação do método MGM são obtidas as probabilidades de cada estado da cadeia, permitindo assim que os números médios de elementos nos sistemas primários e secundários sejam obtidos. De posse de tal informação, aplica-se o Teorema de Little [31] para se obter o atraso total médio dos pacotes em cada um dos sistemas. São consideradas as métricas de desempenho atraso total médio nas redes primária e secundária, e métrica *Power* para a rede secundária; admitindo retransmissões ilimitadas e canal Rayleigh. Optou-se aqui por con-

siderar canal Rayleigh (e não o caso mais geral, Nakagami-m) pelo fato de ter-se encontrado expressões exatas para o cálculo de Pd e Pfa apenas para canais Rayleigh ou AWGN [32].

Neste estudo considerou-se que o sensoriamento espectral é realizado por meio da detecção do nível de energia dos sinais de transmissão, onde o nível de energia na largura de banda do canal (BW) é comparado a um limiar afim de que USs possam decidir pela presença ou ausência de UPs. Caso o nível de energia do sinal detectado seja superior ao limiar definido, decide-se pela ocupação do canal. Da mesma maneira, caso o nível de energia do sinal detectado seja inferior ao limiar estabelecido, decide-se pela disponibilidade do canal. Os ruídos inerentes ao canal de transmissão afetam diretamente a decisão espectral, uma vez que caso o nível de ruído seja superior ao limiar de decisão, decide-se de maneira equivocada pela ocupação do canal quando o mesmo encontra-se desocupado, desperdiçando uma oportunidade de transmissão secundária. Em contrapartida, a adoção de um limiar de decisão muito elevado ocasiona falhas na detecção de sinais atenuados pelo meio transmissão, fazendo com que se decida pela disponibilidade do canal quando o mesmo está ocupado, ocasionando colisões entre pacotes primários e secundários devido à decisão incorreta seguida de uma tentativa de transmissão secundária. Assim, a escolha de um limiar de decisão bem ajustado é de extrema importância para o bom desempenho de um sistema no qual se adota o sensoriamento espectral por meio de detecção de energia, uma vez que Pd e Pfa são dependentes de tal limiar.

Os níveis da cadeia (sentido horizontal) serão adotados como o número de pacotes provenientes de usuários secundários (oportunistas) no sistema (em atendimento + *buffer* secundário). Considera-se que não exista limite para o crescimento da cadeia no sentido de i, entretanto, para que a obtenção dos parâmetros de desempenho do sistema seja possível, considerou-se um *buffer* com capacidade igual a 40. Dessa forma, o bloqueio de pacotes para a classe de usuários oportunistas pode ser considerado desprezível. Tem-se, então, os estados j (sentindo vertical da cadeia) atribuídos ao número de pacotes provenientes de usuários primários no sistema (em atendimento + *buffer* primário), sendo a capacidade do *buffer* primário considerada igual a 10.

Analisando a cadeia, nota-se que um usuário secundário somente poderá ser atendido caso o estado atual da cadeia esteja em um estado em que $j = 0$. Qualquer tentativa de ocupação do

recurso por parte de usuários secundários quando existirem usuários primários (estado da cadeia onde $j \neq 0$), resultante de um erro de detecção, resultará em colisão, ocasionando perda de oportunidade de transmissão para ambas as classes, uma vez que os pacotes de ambas as classes de usuários serão transmitidos incorretamente.

O crescimento do número de níveis, i, e de estados, j, gera o crescimento da matriz geradora Q, necessária para obtenção das probabilidades de estado, tendo impacto direto na complexidade de computação de tais probabilidades. A partir de tal relação, justifica-se a importância da definição de um valor suficiente, e não exagerado, do número máximo de níveis, definido por $i_{\max}$, e do número máximo de estados, definido por $j_{\max}$.

4.3 Cálculo das probabilidades de estado em regime estacionário

Os vetores de probabilidades de estado em regime estacionário, π, podem ser obtidos a partir dos passos descritos no Capítulo II. Para tal se faz necessária a definição dos valores de parâmetros relacionados ao sistema, tais como: taxas de chegada de UPs e USs, taxas de atendimento de UPs e USs, PER, largura de banda do canal e probabilidade de ocorrência de erros de sensoriamento.

4.3.1 Definição das taxas de atendimento relacionadas ao sistema

As taxas médias de atendimento (um pacote é considerado atendido quando tal pacote é transmitido com sucesso) são dependentes do estado em que a cadeia se encontra, sendo: μ, a taxa média de atendimento para pacotes provenientes de UPs, quando não existem USs no sistema; μ_1, a taxa média de atendimento para pacotes provenientes de UPs, quando existem USs no sistema; e μ_2, a taxa média de atendimento para pacotes provenientes de USs, quando não existem UPs no sistema. Note que não há atendimento a USs quando existem UPs e USs no sistema, uma vez que uma tentativa de transmissão por parte de um US quando existirem UPs no sistema resultará em colisão e, consequentemente, em erro de transmissão para os pacotes de ambas as classes de usuários. Definem-se então:

$$\mu = \frac{Rb \times (1 - \overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma}))}{l_{p1}}, \tag{4.1}$$

$$\mu_1 = \frac{Rb \times (1 - \overline{PER_{n1}}(\bar{\gamma})) \times Pd}{l_{p1}}, \tag{4.2}$$

$$\mu_2 = \frac{Rb \times (1 - \overline{PER_{n2}}(\bar{\gamma})) \times (1 - Pfa)}{l_{p2}}, \tag{4.3}$$

relembrando: Rb é a taxa de transmissão no canal, definida por $Rb = \log_2 M$ Mbps, onde M é o número de pontos na constelação M-QAM utilizada; e sendo $\overline{PER}_n(\bar{\gamma})$ a PER média no sistema, definida pela Equação (2.11).

4.3.2 Exemplo da metodologia para obtenção das probabilidades de estado em regime estacionário

Nesta seção, para exemplificar a obtenção dos vetores π, tomando com referência o Capítulo III e [10], os seguintes valores serão considerados: $\lambda_1 = 1000\, pacotes/segundo$, definindo a taxa média de chegada de pacotes provenientes de UPs; $\lambda_2 = 1000\, pacotes/segundo$, definindo a taxa média de chegada de pacotes provenientes de USs; a ordem de modulação considerada para ambas as classes de usuários será 256, assim tem-se uma modulação 256-QAM para transmissões de ambas as classes; a largura de banda do canal para ambas as classes de usuários será de 1 MHz, assim $BW = 1$ MHz; a SNR média será fixada em 25 dB conforme considerado em [32]; o fator de desvanecimento considera o caso em que o canal pode ser modelado por um canal do tipo Rayleigh, assim m=1; e o comprimento médio dos pacotes gerados por ambas as classes de usuários será de 1000$bits$, de forma que $l_{p1} = l_{p2} = 1000 bits$. Considerando as análises propostas por [32], onde as probabilidades de erro de sensoriamento são obtidas para um canal do tipo Rayleigh e SNR = 25dB, considera-se no exemplo em questão uma probabilidade de que um UP seja detectado corretamente igual a 98%, $Pd = 0.98$; e uma probabilidade da ocorrência de falso-alarme igual a 2%, $Pfa = 0.02$, resultando em $\mu = 5.515 \times 10^3$, $\mu_1 = 5.405 \times 10^3$, e $\mu_2 = 5.405 \times 10^3$. Todos os valores de probabilidades de erro de sensoriamento considerados neste estudo foram obtidos através das curvas e expressões apresentadas em [32].

A seguir define-se a matriz Q, bem como suas sub-matrizes. Na sequência verifica-se a estabilidade do sistema. Como terceiro passo tem-se a obtenção da matriz R. E finalmente, no passo seguinte, são obtidas as probabilidades de estado em regime estacionário.

4.3.2.1 Definição da matriz *Q* e das sub-matrizes relacionadas às transições da CMTC

Conforme definido no Capítulo II, a matriz de transições Q pode ser dividida em sub-matrizes, definidas de acordo com os tipos de transições da CMTC. As sub-matrizes serão apresentadas em função dos parâmetros definidos na seção anterior, sendo os valores de tais parâmetros substituídos apenas no resultado final. Assim, tem-se:

$$Q = \begin{bmatrix}
B_{00} & A_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
A_2 & A_1 & A_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & A_2 & A_1 & A_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & A_2 & A_1 & A_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & A_2 & A_1 & A_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & A_2 & A_1 & A_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_2 & A_1 & A_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_2 & A_1 & A_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_2 & A_1 & A_0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_2 & A_1 & A_0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_2 & A_1 & A_0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_2 & A_1 & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
\end{bmatrix},$$

sendo:

$$B_{00} = \begin{bmatrix} a_0 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & a_1 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & a_1 & \lambda_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & a_2 \end{bmatrix},$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} b_0 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_1 & \lambda_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & b_2 \end{bmatrix},$$

e finalmente

$$A_2 = \begin{bmatrix} \mu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Definida a matriz Q e suas respectivas sub-matrizes, claramente percebe-se que a matriz Q obedece às condições necessárias para aplicação do método MGM.

4.3.2.2 Condição de estabilidade do sistema

Assim como definido no Capítulo II, a partir da Equação (2.57) define-se a condição de estabilidade do sistema. Substituindo os valores adotados como exemplo obtem-se a matriz $A = A_0 + A_1 + A_2$, assim, tem-se:

$$A=\begin{bmatrix}
-1\times10^{-3} & 1\times10^{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
5.405\times10^{3} & -6.405\times10^{3} & 1\times10^{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 5.405\times10^{3} & -6.405\times10^{3} & 1\times10^{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 5.405\times10^{3} & -6.405\times10^{3} & 1\times10^{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 5.405\times10^{3} & -6.405\times10^{3} & 1\times10^{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 5.405\times10^{3} & -6.405\times10^{3} & 1\times10^{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.405\times10^{3} & -6.405\times10^{3} & 1\times10^{3} & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.405\times10^{3} & -6.405\times10^{3} & 1\times10^{3} & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.405\times10^{3} & -6.405\times10^{3} & 1\times10^{3} & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.405\times10^{3} & -6.405\times10^{3} & 1\times10^{3} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.405\times10^{3} & -6.405\times10^{3} & 1\times10^{3}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.405\times10^{3} & -5.405\times10^{3}
\end{bmatrix}.$$

Os passos necessários para obtenção do vetor π_A, já mostrados no Capítulo II serão omitidos, de forma que:

$$\pi_A=\begin{bmatrix}0.815 & 0.15 & 0.027 & 5.156\times10^{-3} & 9.494\times10^{-4} & 1.764\times10^{-4} & 3.263\times10^{-5} & 6.037\times10^{-6} & 1.116\times10^{-6} & 2.067\times10^{-7} & 3.822\times10^{-8} & 7.071\times10^{-9}\end{bmatrix},$$

e

$$1000 = \pi_A A_0 \mathbf{1} < \pi_A A_2 \mathbf{1} = 4405.$$

Com as sub-matrizes definidas e a condição de estabilidade do sistema verificada, pode-se então computar a matriz de taxas de transições constantes *R*.

4.3.2.3 Obtenção da matriz *R*, relacionada às transições constantes da CMTC

Conforme mencionado no Capítulo II, a matriz *R* pode ser obtida por diversos métodos. O método adotado neste estudo, apresentado em [12], é um método iterativo, onde são realizadas sucessivas substituições até que se atinja um limiar de convergência, considerando a relação apresentada na Equação (2.64). O limiar de convergência, adotado neste estudo, é da ordem de 10^{-14}. Tal valor se justifica por permitir que o cálculo através do método iterativo tenha precisão, sem que o tempo necessário para se obter tal convergência seja demasiadamente alto. Para tal, utilizou-se a seguinte rotina na ferramenta Mathcad®:

Algoritmo "Matriz de transições constantes *R* – MGM"

Início

$R_{n-1} \leftarrow 0$;

Enquanto (R_n - R_{n-1}>= 10^{-14}) faça

Início

$R_n \leftarrow -[A_0 + (R_{n-1})^2 \times A_2] \times (A_1)^{-1}$;

$R_n \leftarrow R_{n-1}$;

Fim;

Escreva "Matriz *R*: ", R_n;

Fim;

Com a matriz *R* calculada, o passo seguinte se dá pela obtenção dos vetores π_0 e π_1, permitindo assim a obtenção dos vetores π_i para qualquer nível *i* da cadeia.

4.3.2.4 Obtenção dos vetores de probabilidades de estado em regime estacionário $\boldsymbol{\pi_0}$ e $\boldsymbol{\pi_1}$

Os vetores π_0 e π_1 podem ser obtidos a partir das Equações (2.53) e (2.54), adotando a condição de normalização expressa na Equação (2.63). Assim, os valores dos parâmetros do sistema, definidos anteriormente, podem ser substituídos nas sub-matrizes. Por sua vez, as sub-matrizes e a matriz *R*, já calculadas para os valores adotados, podem ser substituídas na Equação (2.66). Dessa forma, por uma questão de organização reescreve-se a Equação (2.66), de forma que:

$$\left[\pi_0, \pi_1\right] = \left[\underline{\mathbf{0}}, 1\right] \times \begin{bmatrix} B_{0,0} & \left(A_0\right)^* & \mathbf{1} \\ A_2 & \left(A_1 + R \times A_2\right)^* & \left(I - R\right)^{-1}\mathbf{1} \end{bmatrix}^{-1}, \qquad (2.66)$$

onde o vetor linha $\left[\underline{0},1\right]$ possui 24 elementos, sendo composto por uma sequência de 23 zeros seguidos de 1. Após a substituição das sub-matrizes e das condições de normalização na Equação (2.66), obtem-se a matriz resultante, na qual estão contidas as probabilidades de transição relacionadas aos vetores π_0 e π_1. Devido à impossibilidade de representação neste espaço, a matriz resultante não será ilustrada. Assim, após a multiplicação do vetor linha $\left[\underline{0},1\right]$ pela matriz resultante obtem-se:

$$\pi_0 = \left[0.632 \;\; 0.094 \;\; 0.014 \;\; 2.11\times10^{-3} \;\; 3.154\times10^{-4} \;\; 4.714\times10^{-5} \;\; 7.045\times10^{-6} \;\; 1.053\times10^{-6} \;\; 1.574\times10^{-7} \;\; 2.353\times10^{-8} \;\; 3.528\times10^{-9} \;\; 5.415\times10^{-10}\right],$$

e

$$\pi_1 = \left[0.138 \;\; 0.037 \;\; 8.101\times10^{-3} \;\; 1.596\times10^{-3} \;\; 2.97\times10^{-4} \;\; 5.326\times10^{-5} \;\; 9.309\times10^{-6} \;\; 1.596\times10^{-6} \;\; 2.697\times10^{-7} \;\; 4.505\times10^{-8} \;\; 7.473\times10^{-9} \;\; 1.251\times10^{-9}\right].$$

Calculados os vetores π_0 e π_1, a obtenção dos vetores π_i, para qualquer nível *i* da cadeia, se dá pela relação apresentada na Equação (2.49), relembrando:

$$\pi_i = \pi_1 \times R^{i-1}. \tag{2.49}$$

Pode-se então calcular, por exemplo,

$$\pi_2 = \pi_1 \times R = \left[0.034 \;\; 0.012 \;\; 3.296\times10^{-3} \;\; 7.863\times10^{-4} \;\; 1.723\times10^{-4} \;\; 3.56\times10^{-5} \;\; 7.052\times10^{-6} \;\; 1.353\times10^{-6} \;\; 2.529\times10^{-7} \;\; 4.634\times10^{-8} \;\; 8.362\times10^{-9} \;\; 1.501\times10^{-9}\right],$$

e,

$$\pi_5 = \pi_1 \times R^4 = \left[8.29\times10^{-4} \;\; 3.719\times10^{-4} \;\; 1.387\times10^{-4} \;\; 4.527\times10^{-5} \;\; 1.338\times10^{-5} \;\; 3.66\times10^{-6} \;\; 9.415\times10^{-7} \;\; 2.303\times10^{-7} \;\; 5.405\times10^{-8} \;\; 1.224\times10^{-8} \;\; 2.681\times10^{-9} \;\; 5.618\times10^{-10}\right].$$

Com as probabilidades de estado em regime estacionário definidas, é possível se obter os parâmetros de desempenho do sistema em função de tais probabilidades.

4.4 Cálculo dos parâmetros de desempenho do sistema

Para a análise de desempenho do sistema onde erros de sensoriamento podem ocorrer, serão adotados os mesmos parâmetros analisados no Capítulo III. As probabilidades de estado em regime estacionário permitem que se obtenha o número médio de elementos no sistema. De posse de tal informação, fazendo uso do Teorema de Little [31], pode-se então calcular o atraso total médio nas redes primária e secundária e, posteriormente, o valor da métrica *Power* para a rede secundária.

4.4.1 Atraso de pacotes da rede primária

O atraso total médio na rede primária pode ser calculado a partir do número médio de elementos no sistema primário. Por sua vez, o número médio de elementos no sistema primário, apresentado na Equação (4.4), é definido como o número de elementos em cada estado, *j*, multiplicado pela probabilidade em regime estacionário da cadeia estar em tais estados para todos os possíveis níveis *i*. Assim, tem-se:

$$E[S_1] = 1 \times (\pi_{0,1} + \pi_{1,1} + ... + \pi_{i_{\max}-1,1}) + 2 \times (\pi_{0,2} + \pi_{1,2} + ... + \pi_{i_{\max}-1,2}) + (j_{\max} - 1) \times (\pi_{0,} + \pi_{1,j_{\max}-1} + ... + \pi_{i_{\max}-1,j_{\max}-1}) = E[S_1] = \sum_{k=0}^{i_{\max}-1} \sum_{l=1}^{j_{\max}-1} \left[(l) \times \pi_{k,l} \right], \quad (4.4)$$

onde $j_{\max} = 12$ define o número máximo de estados em cada nível, de forma que $j_{\max} - 1$ define o número máximo de elementos na rede primária (atendimento + *buffer*); e $i_{\max} = 42$ define o número máximo de níveis, de forma que $i_{\max} - 1$ define o número máximo de elementos na rede secundária (atendimento + *buffer*).

Conforme mencionado anteriormente, ainda que o método MGM permita a consideração de um número ilimitado de níveis na cadeia, se faz necessária a definição de um limite máximo de níveis possíveis, a fim de tornar possível o cálculo do número médio de elementos no sistema a partir de um somatório.

Definido o número médio de elementos no sistema, pode-se então aplicar o Teorema de Little [31] para se obter o atraso total médio na rede primária, W_1. Assim tem-se:

$$W_1 = \frac{E[S_1]}{\lambda_1 \times (1 - Pb_1)}, \quad (4.5)$$

onde Pb_1 é a probabilidade do sistema primário estar com sua capacidade máxima de *buffer*, ou probabilidade de bloqueio de pacotes gerados por UPs, de forma que

$$Pb_1 = \sum_{k=0}^{i_{\max}-1} \pi_{k,j_{\max}-1}. \quad (4.6)$$

4.4.2 Atraso de pacotes da rede secundária

O atraso total médio na rede secundária pode ser calculado a partir do número médio de elementos no sistema secundário. Por sua vez, o número médio de elementos no sistema secundário, apresentado na Equação (4.7), é definido como o número de elementos em cada nível, *i*, multiplicado pela probabilidade em regime estacionário da cadeia estar em tais níveis, para todos os possíveis estados *j*. Assim, tem-se:

$$E[S_2] = 1\times(\pi_{1,0} + \pi_{1,1} + ... + \pi_{1,j_{\max}-1}) + 2\times(\pi_{2,0} + \pi_{2,1} + ... + \pi_{2,j_{\max}-1}) + (i_{\max} - 1)$$
$$\times(\pi_{i_{\max}-1,0} + \pi_{i_{\max}-1,1} + ... + \pi_{i_{\max}-1,j_{\max}-1}) = E[S_2] = \sum_{k=1}^{i_{\max}-1}\sum_{l=0}^{j_{\max}-1}\left[(k)\times\pi_{k,l}\right]. \quad (4.7)$$

Definido o número médio de elementos no sistema, pode-se então aplicar o Teorema de Little [31] para se obter o atraso total médio na rede secundária, W_2. Da mesma forma que na obtenção do atraso total médio na rede primária, considera-se a probabilidade de bloqueio. Assim, tem-se:

$$W_2 = \frac{E[S_2]}{\lambda_2\times(1-Pb_2)}, \quad (4.8)$$

onde Pb_2 é a probabilidade do sistema secundário estar com sua capacidade máxima de *buffer*, ou probabilidade de bloqueio de pacotes gerados por USs. Ainda que desprezível, tal probabilidade foi considerada a fim de se avaliar o modelo de maneira mais realista. Tem-se então

$$Pb_2 = \sum_{k=0}^{j_{\max}-1}\pi_{k,i_{\max}-1}. \quad (4.9)$$

4.4.3 Métrica *Power* para rede primária

Assim como descrito no Capítulo III, o cálculo da métrica *Power* para UPs considerando retransmissões ilimitadas, pode ser dado pela razão entre o *throughput* e o atraso médio total na rede primária [30]. Entretanto, como o *buffer* da rede primária possui capacidade limitada, para um cálculo mais realista, considera-se a probabilidade de que pacotes que chegam à fila primária sofram bloqueio. Assim, tem-se:

$$Power_1 = \frac{\lambda_1\times(1-Pb_1)}{W_1}. \quad (4.10)$$

4.4.4 Métrica *Power* para rede secundária

Assim como descrito no Capítulo III, o cálculo da métrica *Power* para USs, considerando retransmissões ilimitadas, pode ser dado pela razão entre o *throughput* e o atraso médio total na rede secundária [30]. Ainda que o *buffer* da rede secundária possa ser definido de forma ilimitada, um número máximo de posições no *buffer* deve ser definido. Assim, para um cálcu-

lo mais realista, considera-se a probabilidade de que pacotes que chegam à fila secundária sofram bloqueio, de forma que

$$Power_2 = \frac{\lambda_2 \times (1 - Pb_2)}{W_2}. \qquad (4.11)$$

4.5 Resultados numéricos

A seguir serão apresentados os resultados numéricos para o sistema proposto nas seções anteriores. Como ponto de partida tem-se uma comparação entre o sistema obtido através do método MGM desconsiderando possíveis erros de sensoriamento, e um sistema do tipo M/M/1 baseado no sistema apresentado no Capítulo III. Tal comparação se justifica por permitir a validação dos resultados obtidos através do método MGM, quando comparados ao modelo analítico apresentado anteriormente.

Em seguida, comparam-se os resultados obtidos para um sistema onde são considerados possíveis erros de sensoriamento e outro onde tais erros são desconsiderados.

Na seção seguinte, avalia-se o desempenho do sistema com sensoriamento imperfeito para vários cenários, variando-se as probabilidades de ocorrência de erro de sensoriamento. A partir das comparações realizadas, é possível determinar a modulação para a qual o desempenho do sistema considerado seja otimizado. Definida tal modulação, compara-se o desempenho do sistema em todos os cenários considerados adotando-se apenas a modulação de melhor desempenho.

Os parâmetros de sistema considerados nas comparações seguem os mesmos valores adotados anteriormente neste capítulo, com exceção de λ_1, que é variado, sendo $0 \leq \lambda_1 \leq 3000$.

4.5.1 Comparação entre modelo M/M/1 baseado em modelo apresentado no Capítulo III e modelo avaliado através do método MGM

A fim de se provar a acuidade dos resultados obtidos na avaliação do modelo proposto através do método MGM, o modelo de filas do tipo M/G/1, apresentado no Capítulo III, pode ser modificado para um modelo de filas do tipo M/M/1. Para tal, o valor quadrático médio do tempo de serviço efetivo deve ser redefinido, considerando então que a variável aleatória res-

ponsável por definir o tempo de serviço efetivo para os pacotes segue uma distribuição do tipo exponencial. Assim, o valor quadrático médio do tempo de serviço efetivo pode ser dado por:

$$E\left[X_u^2\right]_{M/M/1} = \frac{2 \times \tau_u}{\left(1 - \overline{PER_u}(\bar{\gamma})\right)^2}, \qquad (4.12)$$

onde u=1 define a classe dos UPs, e u=2 define a classe dos USs.

Substituindo a Equação (4.12) nas Equações (3.2) e (3.9) obtem-se o atraso total médio nas redes primária e secundária, considerando filas do tipo M/M/1. Considera-se então que o sensoriamento espectral é perfeito no modelo definido pela CMTC apresentada na Figura 4.1, e avaliado através do método MGM. Assim, na Figura 4.2 é ilustrado o atraso total médio na rede primária para os dois modelos apresentados, em função de λ_1, considerando as modulações 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM e 1024-QAM. Assim como no Capítulo III e em [10], considera-se que em ambas as classes de usuários a modulação empregada seja a mesma.

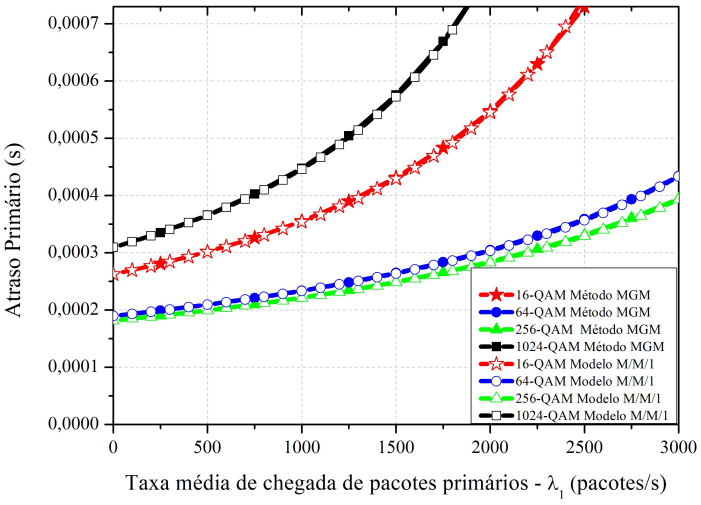


Figura 4.2 - *Curva do atraso total médio na rede primária considerando sistema M/M/1 e modelo proposto através de CMTC, para várias ordens de modulação.*

Pode-se observar que os resultados obtidos para W_1, considerando o sistema analisado através do método MGM, quando o sensoriamento espectral for considerado perfeito, convergem para os resultados obtidos na análise do sistema baseado na proposição do Capítulo III, considerando filas do tipo M/M/1.

Na Figura 4.3, o atraso total médio na rede secundária, W_2, é ilustrado em função da taxa média de chegada de pacotes primários, λ_1, para os dois modelos analisados e várias ordens de modulação.

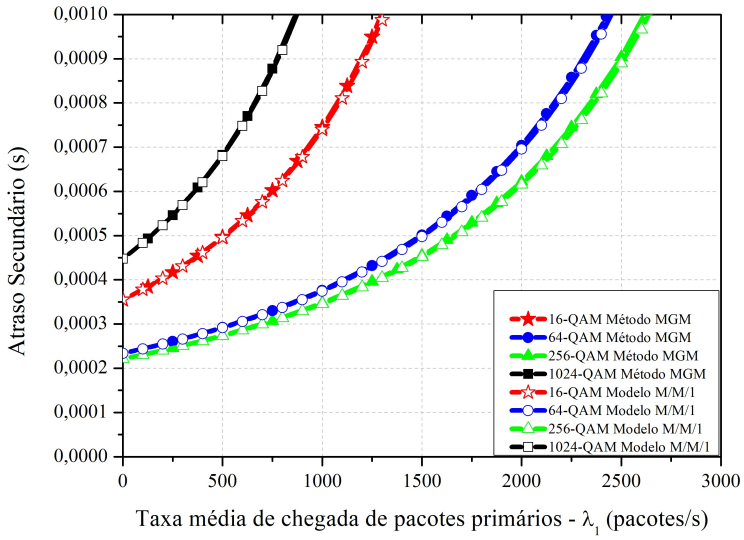


Figura 4.3 - *Curva do atraso total médio na rede secundária considerando sistema M/M/1 e modelo proposto através de CMTC, para várias ordens de modulação.*

Pode-se observar que os resultados obtidos para W_2, considerando o sistema analisado através do método MGM, quando o sensoriamento espectral for considerado perfeito, convergem para os resultados obtidos na análise do sistema baseado na proposição do Capítulo III, considerando filas do tipo M/M/1.

A Figura 4.4 mostra o gráfico da métrica *Power* secundária, em função de λ_1, para os dois modelos analisados.

Pode-se observar que os resultados obtidos para a métrica *Power* secundária, considerando o sistema analisado através do método MGM, quando o sensoriamento espectral for considerado perfeito, convergem para os resultados obtidos na análise do sistema baseado na proposição do Capítulo III, considerando filas do tipo M/M/1.

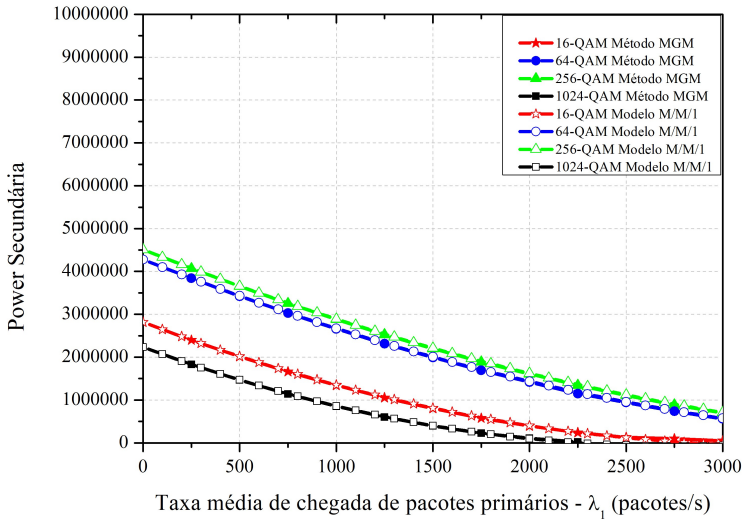


Figura 4.4 - *Power secundária considerando sistema M/M/1 e modelo proposto através de CMTC, para várias ordens de modulação.*

Analisando as curvas apresentadas pode-se observar a acuidade do sistema modelado pela CMTC apresentada na Figura 4.1, analisado através do método MGM, quando comparado ao modelo analítico baseado na proposição do Capítulo III, considerando filas do tipo M/M/1. Assim, pode-se adotar o método MGM na análise dos sistemas considerando sensoriamento espectral perfeito e imperfeito.

4.5.2 Comparação entre modelos avaliados através do método MGM considerando sensoriamento espectral perfeito e imperfeito

A consideração de um sistema de Rádios Cognitivos onde o sensoriamento espectral é assumido perfeito, claramente foge de um cenário realista. Dessa forma, se faz necessária a análise dos impactos causados no desempenho do sistema por possíveis erros causados por sensoriamento espectral imperfeito.

A seguir serão realizadas comparações entre um sistema onde o sensoriamento é considerado perfeito e o mesmo sistema, porém considerando sensoriamento espectral imperfeito.

Nas comparações realizadas, para o sistema onde erros de sensoriamento são admitidos, será considerada uma probabilidade de detecção correta da presença de UPs como sendo de 98%, assim $Pd = 0.98$. De forma análoga, a probabilidade de que um US perca a oportunidade

de transmissão, devido a uma detecção incorreta acerca da ausência de UPs, será assumida como sendo de 2%, assim $Pfa = 0.02$ [32].

Na Figura 4.5 é ilustrado o atraso total médio na rede primária para os modelos que consideram sensoriamento espectral perfeito e imperfeito, em função de λ_1, considerando as modulações 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM e 1024-QAM. Assim como no Capítulo III e em [10], considera-se que em ambas as classes de usuários a modulação empregada seja a mesma.

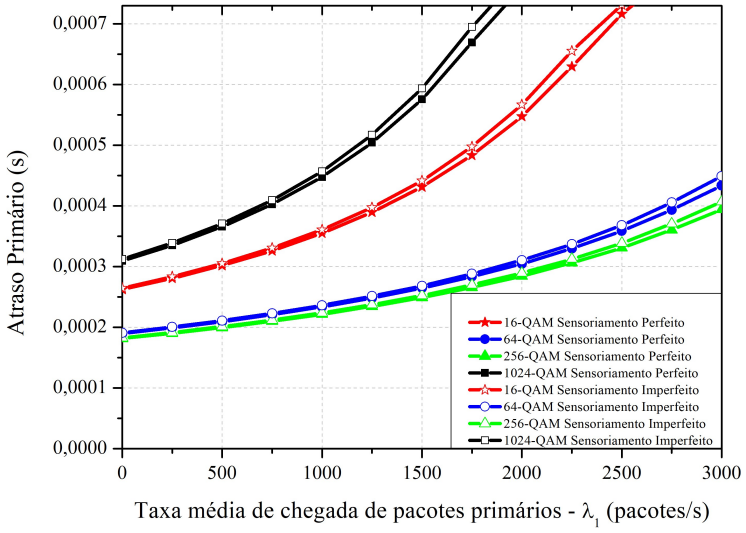


Figura 4.5 - *Curva do atraso total médio na rede primária considerando modelo proposto através de CMTC com sensoriamento espectral perfeito e imperfeito.*

Pode-se observar que quando se consideram as probabilidades de erro de detecção e falso-alarme, W_1 é maior para todos os valores de λ_1, se comparado aos resultados obtidos para o sistema onde o sensoriamento espectral é assumido perfeito. Isso se deve ao fato de que, considerando a ocorrência de erros de sensoriamento, colisões entre transmissões primárias e secundárias passam a ocorrer, aumentando a necessidade de retransmissões. Por sua vez, a perda de oportunidades de transmissão por parte de USs impacta no aumento do atraso total médio nas redes primária e secundária. O aumento do atraso total médio na rede secundária se dá simplesmente pela perda de oportunidade, ocasionando um aumento no tempo de espera na fila; já o aumento do atraso total médio na rede primária se deve ao fato de que a fila secundá-

ria permanece uma maior parte do tempo ocupada, o que aumenta a probabilidade de ocorrência de colisões.

Além disso, assim como na Figura 4.2, com o crescimento de λ_1, o atraso total médio na rede primária aumenta, pelas mesmas razões discutidas anteriormente.

Na Figura 4.6, o atraso total médio na rede secundária, W_2, é ilustrado em função da taxa média de chegada de pacotes primários, λ_1, para os dois modelos analisados e várias ordens de modulação.

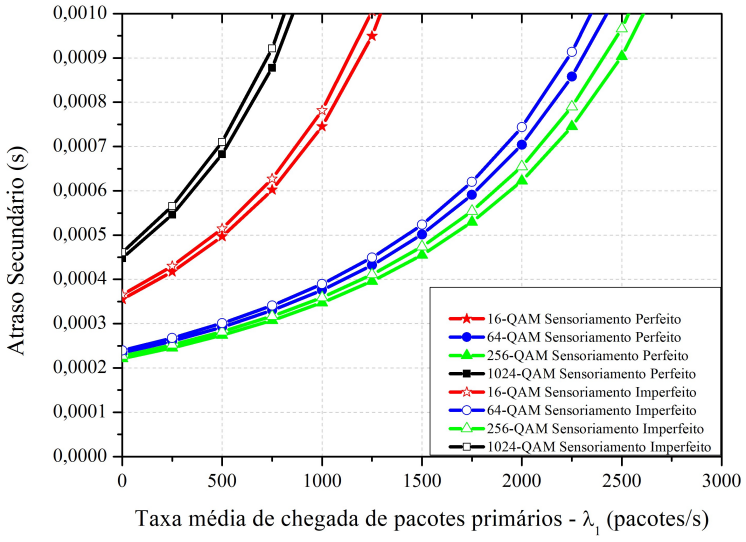


Figura 4.6 - *Curva do atraso total médio na rede secundária considerando modelo proposto através de CMTC com sensoriamento espectral perfeito e imperfeito.*

Similarmente aos resultados obtidos na análise da Figura 4.5, na Figura 4.6 pode-se observar que quando as probabilidades de erros de sensoriamento são consideradas, W_2 é maior para todos os valores de λ_1, se comparado com o sistema onde o sensoriamento espectral é assumido perfeito. Pode-se também observar que o valor de W_2 é sempre maior que W_1, pelo fato de que os USs dependem de uma oportunidade espectral para transmissão, sendo tais oportunidades reduzidas de acordo com o aumento de λ_1.

A Figura 4.7 mostra o gráfico da métrica *Power* secundária, em função de λ_1, para os modelos onde é considerado sensoriamento espectral perfeito e imperfeito.

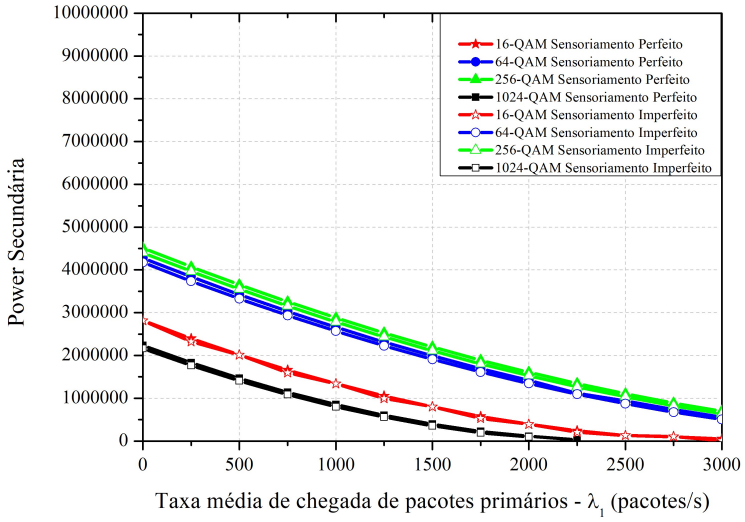


Figura 4.7 - *Power secundária considerando modelo proposto através de CMTC com sensoriamento espectral perfeito e imperfeito.*

O valor da métrica *Power* secundária é reduzido à medida que λ_1 aumenta, isso ocorre porque, quanto maior for λ_1, maior será o valor de W_2. Pode-se observar ainda que quando as probabilidades de erros de sensoriamento são consideradas, os valores da métrica *Power* secundária são menores para todos os valores de λ_1, se comparado com o sistema onde o sensoriamento espectral é assumido perfeito. As razões para tal fato são as mesmas discutidas anteriormente; a detecção imperfeita pode causar colisões, aumentando a necessidade de retransmissões e a perda de oportunidades, aumentando assim o atraso total médio nas redes primária e secundária.

Nos cenários propostos a seguir, diferentes probabilidades de erros de sensoriamento serão consideradas, permitindo que se analise o impacto de tais variações no desempenho das redes primária e secundária através dos resultados de atraso total médio em ambas as redes.

4.5.3 Análise da variação de desempenho nas redes primária e secundária em função das probabilidades de erro de sensoriamento *Pd* e *Pfa*.

Em uma rede de Rádios Cognitivos os UPs são usuários licenciados, os quais têm prioridade e direito de ocupação do recurso. Com a presença de USs e com a probabilidade de que erros de sensoriamento possam ocorrer, o desempenho da rede primária sofre degradação, conforme mostrado nas análises anteriores.

Adotando um limiar de decisão com maior sensibilidade, ou seja, favorável à rede primária, pode-se maximizar a probabilidade de detecção correta, Pd, garantindo assim que uma transmissão primária seja detectada corretamente com mais freqüência, reduzindo as colisões entre pacotes primários e secundários, e priorizando o desempenho da rede primária. Em contrapartida, com o aumento de Pd, a probabilidade de ocorrência de um falso-alarme, Pfa, também será aumentada, uma vez que Pd e Pfa são dependentes e obtidas através do limiar de decisão. Com o aumento de Pfa ruídos do canal passam a ser detectados como sendo uma transmissão primária mais frequentemente, reduzindo assim as detecções de oportunidades de transmissão, e degradando o desempenho da rede secundária. Em contrapartida, a adoção de um limiar de decisão menos sensível reduz o valor de Pfa, reduzindo também o valor de Pd, conforme mencionado anteriormente, priorizando o desempenho da rede secundária e reduzindo o desempenho da rede primária.

Dessa forma, analisam-se variações no limiar de decisão a partir da variação das probabilidades de erros de sensoriamento, hora beneficiando UPs, e hora beneficiando USs.

Os cálculos de Pd e Pfa para um canal Rayleigh são apresentados em [32]. Para avaliar o impacto no desempenho das redes primárias e secundárias, serão adotadas as seguintes variações das probabilidades de erro de sensoriamento [32]:

- $Pd = 0.98$ e $Pfa = 0.02$;
- $Pd = 0.97$ e $Pfa = 0.002$;
- $Pd = 0.99$ e $Pfa = 0.2$;
- $Pd = 0.8$ e $Pfa = 0$.

A seguir serão comparados os desempenhos de dois sistemas variando-se o conjunto de probabilidades de erro de sensoriamento. Considera-se que no primeiro sistema tem-se o conjunto de probabilidades de erros de sensoriamento considerado nas análises da seção anterior, ou seja, $Pd = 0.98$ e $Pfa = 0.02$. No segundo sistema as probabilidades de erro de sensoriamento consideradas são: $Pd = 0.97$ e $Pfa = 0.002$. Todos os outros parâmetros serão os mesmos considerados na seção anterior.

A Figura 4.8 ilustra o atraso total médio na rede primária, W_1, para os modelos que consideram sensoriamento espectral imperfeito, em função de λ_1, de acordo com as variações de probabilidades de erros de sensoriamento definidas neste cenário, e considerando a mesma modulação para ambas as classes de usuários.

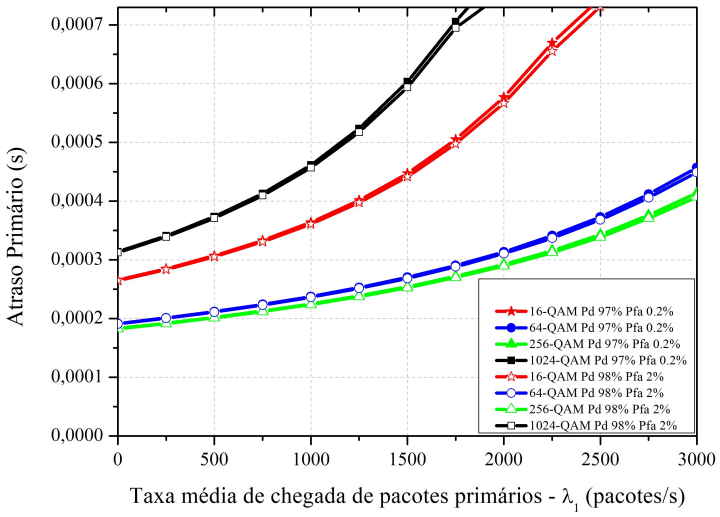


Figura 4.8 - *Curva do atraso total médio na rede primária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento para o primeiro cenário.*

Nota-se que o desempenho da rede primária é pouco afetado pela variação dos conjuntos de probabilidades de erros de sensoriamento considerados neste cenário, uma vez que as curvas de atraso total médio na rede primária são praticamente coincidentes em grande parte dos valores de λ_1. Entretanto tais variações não devem ser desconsideradas, pois nota-se que com o

aumento de λ_1, as curvas tendem a se distanciar, evidenciando a degradação de desempenho no sistema onde tem-se $Pd = 0.97$ e $Pfa = 0.002$.

A Figura 4.9 ilustra o atraso total médio na rede secundária, W_2, para os modelos que consideram sensoriamento espectral imperfeito, em função de λ_1, de acordo com as variações de probabilidades de erros de sensoriamento definidas acima.

Nota-se que, para os conjuntos de valores de probabilidades de erros de sensoriamento, onde $Pfa = 2\%$ e $Pfa = 0.2\%$, a variação de desempenho na rede secundária é desprezível, uma vez que as curvas de atraso total médio na rede secundária são praticamente coincidentes.

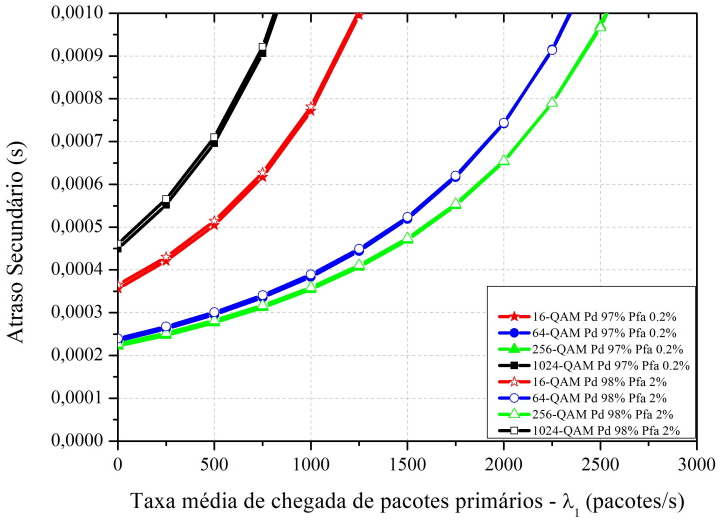


Figura 4.9 - *Curva do atraso total médio na rede secundária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento para o primeiro cenário.*

Novamente, adotando-se como referência o conjunto de probabilidades de erros de sensoriamento considerado na seção anterior, $Pd = 0.98$ e $Pfa = 0.02$, a seguir serão comparados os desempenhos de um sistema onde tal conjunto de probabilidades de erro de sensoriamento é adotado, e um sistema onde tem-se $Pd = 0.99$ e $Pfa = 0.2$. Todos os outros parâmetros serão os mesmos considerados na seção anterior.

A Figura 4.10 ilustra o atraso total médio na rede primária, W_1, para os modelos que consideram sensoriamento imperfeito, em função de λ_1, de acordo com as variações de probabilidades de erros de sensoriamento definidas acima, e considerando a mesma modulação para ambas as classes de usuários.

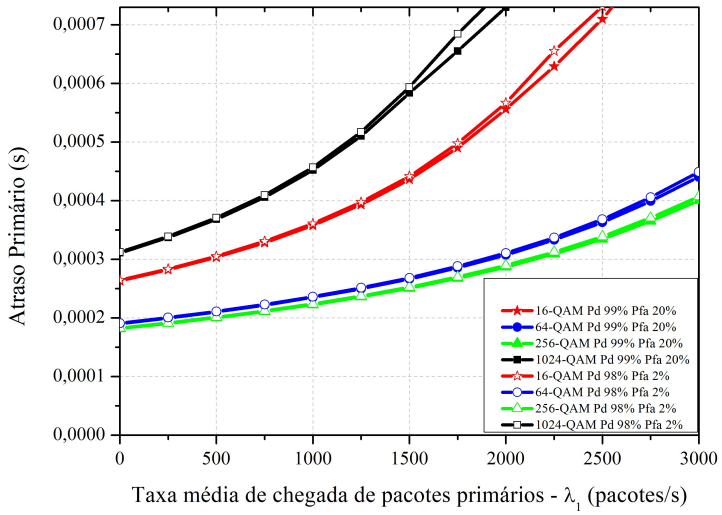


Figura 4.10 - *Curva do atraso total médio na rede primária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento para o segundo cenário.*

Novamente, nota-se que o desempenho da rede primária é pouco afetado pelas variações dos conjuntos de probabilidades de erros de sensoriamento considerados neste cenário, uma vez que as curvas de atraso total médio na rede primária são praticamente coincidentes em grande parte dos valores de λ_1, principalmente para as modulações de melhor desempenho.

Na Figura 4.11 ilustra-se o atraso total médio na rede secundária, W_2, para os modelos que consideram sensoriamento espectral imperfeito, em função de λ_1, de acordo com as variações de probabilidades de erros de sensoriamento definidas para este cenário.

Nota-se que o desempenho da rede secundária sofre bastante degradação quando se tem um sistema onde $Pfa = 20\%$ em comparação a um sistema semelhante onde $Pfa = 2\%$, de modo que as curvas de atraso total médio na rede secundária, para cada modulação adotada, se distanciam em toda a faixa de valores de λ_1. Tal ocorrência se deve ao fato de que com um au-

mento expressivo na probabilidade de ocorrência de falso-alarme, um menor número de oportunidades de transmissão é efetivamente aproveitado por USs, aumentando consideravelmente W_2.

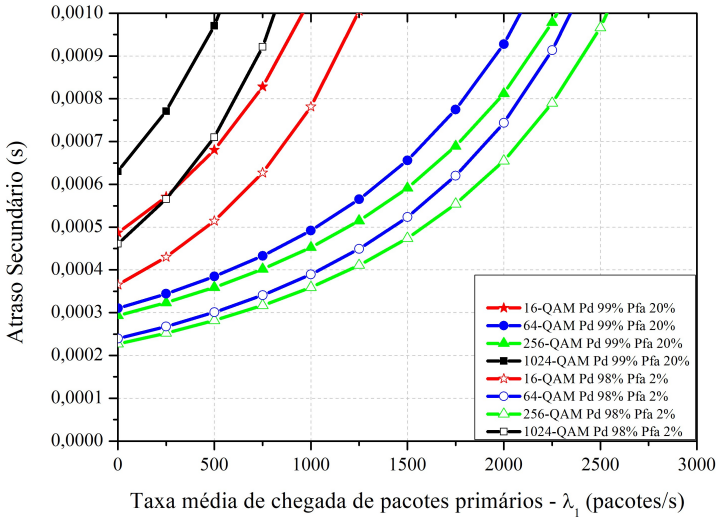


Figura 4.11 - *Curva do atraso total médio na rede secundária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento para o segundo cenário.*

Para o terceiro cenário proposto nesta seção, novamente adota-se como referência o conjunto de probabilidades de erros de sensoriamento considerado na seção anterior, $Pd = 0.98$ e $Pfa = 0.02$, comparando-se os desempenhos de um sistema onde tal conjunto de probabilidades de erro de sensoriamento é adotado, e um sistema onde o limiar de decisão privilegia o sistema secundário, sendo neste sistema $Pd = 0.8$ e $Pfa = 0$. Todos os outros parâmetros serão os mesmos considerados na seção anterior.

A Figura 4.12 ilustra o atraso total médio na rede primária, W_1, para os modelos que consideram sensoriamento espectral imperfeito, em função de λ_1, de acordo com as variações de probabilidades de erros de sensoriamento definidas acima, e considerando a mesma modulação para ambas as classes de usuários.

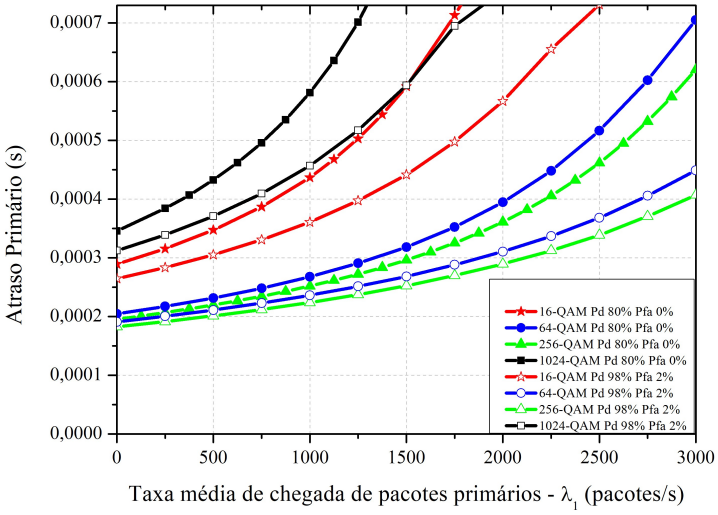


Figura 4.12 - *Curva do atraso total médio na rede primária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento para o terceiro cenário.*

Nota-se que o desempenho da rede primária sofre bastante degradação quando se tem um sistema onde $Pd = 80\%$ e $Pfa = 0\%$, em comparação a um sistema semelhante onde $Pd = 98\%$ e $Pfa = 2\%$, de modo que as curvas de atraso total médio na rede primária, para cada modulação adotada, se distanciam conforme o valor de λ_1 aumenta. Tal ocorrência se deve ao fato de que com um aumento expressivo na probabilidade de ocorrência de erro de detecção, um maior número de transmissões é necessário para que um pacote seja transmitido corretamente, devido às colisões entre pacotes primários e secundários, aumentando consideravelmente W_1.

A Figura 4.13 ilustra o atraso total médio na rede secundária, W_2, para os modelos que consideram sensoriamento espectral imperfeito, em função de λ_1, de acordo com as variações de probabilidades de erros de sensoriamento definidas para este cenário, e considerando a mesma modulação para ambas as classes de usuários.

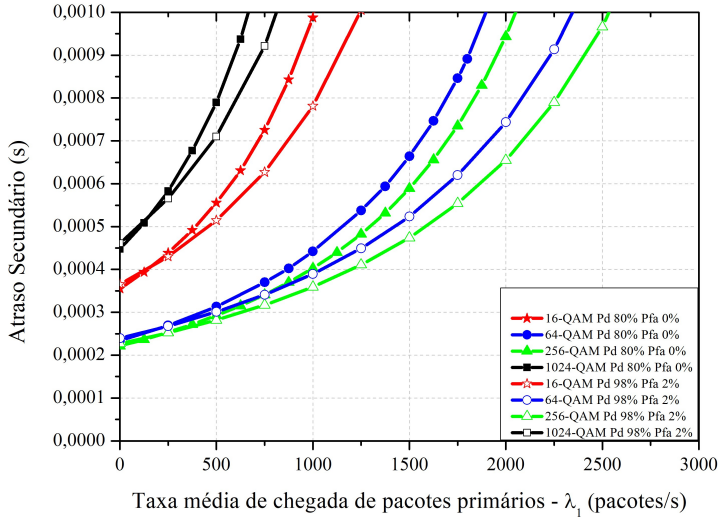


Figura 4.13 - *Curva do atraso total médio na rede secundária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento para o terceiro cenário.*

Nota-se que o desempenho da rede secundária sofre bastante degradação quando se tem um sistema onde $Pd = 80\%$ e $Pfa = 0\%$, em comparação a um sistema semelhante onde $Pd = 98\%$ e $Pfa = 2\%$, de modo que as curvas de atraso total médio na rede secundária, para cada modulação adotada, se distanciam conforme o valor de λ_1 aumenta. Tal ocorrência se deve ao fato de que com o aumento expressivo na probabilidade de ocorrência de *miss-detection*, um maior número de colisões entre pacotes primários e secundários ocorrem, aumentando a necessidade de retransmissão dos pacotes de ambas as classes, e consequentemente reduzindo as oportunidades de transmissão para USs, ocasionando o aumento de W_2.

Analisando as curvas apresentadas anteriormente, pode-se observar que uma ordem de modulação de melhor desempenho pode ser adotada para as redes primária e secundária, considerando os valores de atraso total médio em cada rede. Em todos os cenários propostos, a modulação que apresenta melhor desempenho, para ambas as classes de usuários, é a modulação 256-QAM. Assim, tal modulação será unicamente considerada nas análises que serão realizadas a seguir.

A Figura 4.14 ilustra o atraso total médio na rede primária, W_1, para todos os cenários considerados anteriormente, onde o sensoriamento espectral é considerado perfeito e imperfeito, em função de λ_1, de acordo com as variações de probabilidades de erros de sensoriamento definidas nesta seção, e considerando a modulação 256-QAM para ambas as classes de usuários.

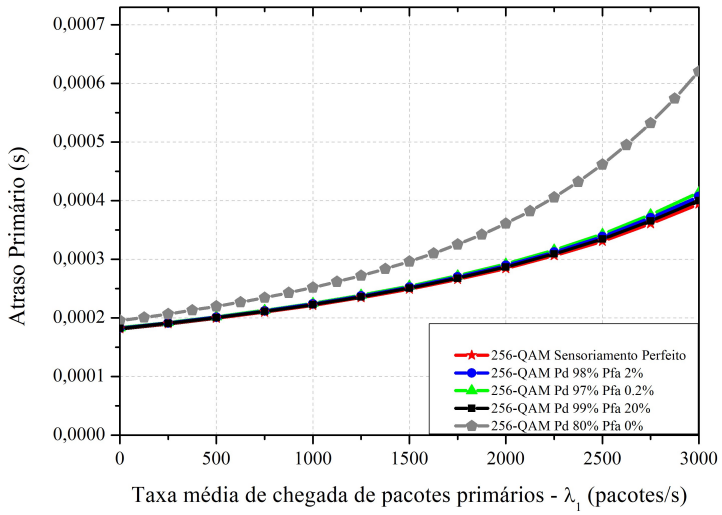


Figura 4.14 - *Curva do atraso total médio na rede primária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento.*

A Figura 4.15 ilustra o atraso total médio na rede secundária, W_2, para todos os cenários considerados anteriormente, onde o sensoriamento espectral é considerado perfeito e imperfeito, em função de λ_1, de acordo com as variações de probabilidades de erros de sensoriamento definidas nesta seção, e considerando a modulação 256-QAM para ambas as classes de usuários.

Nota-se que o desempenho das redes primária e secundária é afetado de maneira considerável pelas variações do conjunto de probabilidades de erros de sensoriamento apresentado em [32], de forma que as curvas no gráfico se distanciam conforme a probabilidade de detecção correta e falso-alarme variam. Entretanto, para os conjuntos de probabilidades onde $Pd = 98\%$ e $Pfa = 2\%$, e onde $Pd = 97\%$ e $Pfa = 0.02\%$, a variação de desempenho nas redes primária e secundária é desprezível, uma vez que as curvas são praticamente coinciden-

tes. Dessa forma, justifica-se a adoção de um limiar de decisão que leve o sistema a ter $Pfa = 2\%$, uma vez que assim Pd será igual a 98%, ante 97% no caso onde $Pfa = 0.2\%$. Dessa forma, prioriza-se o desempenho da rede primária, sem degradar o desempenho da rede secundária de maneira expressiva.

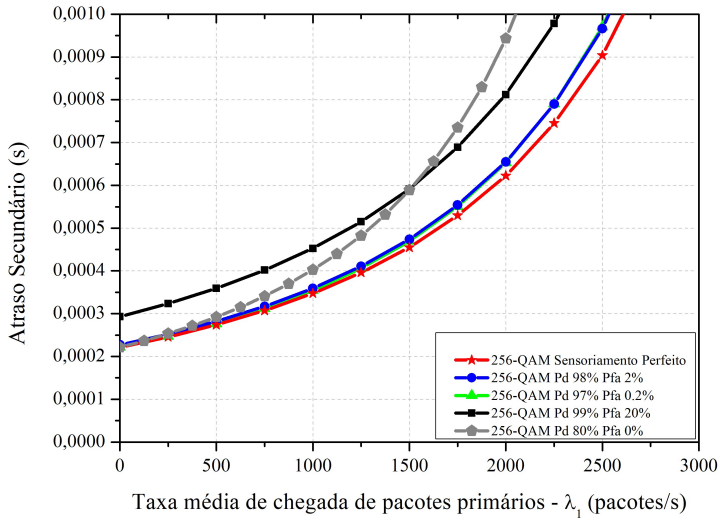


Figura 4.15 - *Curva do atraso total médio na rede secundária considerando variação nos valores das probabilidades de erro de sensoriamento.*

4.6 Conclusões

Neste capítulo foi considerada uma Rede de Rádios Cognitivos, onde o sensoriamento espectral é imperfeito, modelando o canal de transmissão como um canal Rayleigh. Primeiramente, analisaram-se os desempenhos das redes primária, através do atraso total médio na rede, e secundária, através do atraso total médio na rede e da métrica *Power*. Foram realizadas comparações, considerando várias ordens de modulação *M*-QAM, entre um sistema modelado através de uma fila M/M/1 com prioridade e sensoriamento espectral perfeito, onde os resultados são obtidos de forma analítica, e um sistema em que seu desempenho é modelado através de uma CMTC, sendo esta avaliada através da aplicação do método MGM. Tal comparação foi necessária a fim de se validar o modelo de análise proposto.

A seguir comparou-se um sistema onde o sensoriamento espectral é considerado perfeito, e um sistema semelhante, porém com sensoriamento espectral imperfeito, para várias ordens de modulação *M*-QAM. Analisando os resultados obtidos para o atraso total médio nas redes primária e secundária, e métrica *Power* para a rede secundária, pôde-se observar que, os impactos causados pelos erros de sensoriamento no desempenho de uma rede de Rádios Cognitivos não podem ser desconsiderados.

Na subseção seguinte, variaram-se as probabilidades de erros de sensoriamento, seguindo as análises apresentadas em [32], sendo avaliado o impacto causado por tais variações no desempenho das redes primária e secundária, através do atraso total médio em cada uma das redes. Notou-se que a modulação 256-QAM oferece melhor desempenho em todos os cenários propostos, assim comparou-se o desempenho do sistema em cada cenário proposto considerando-se unicamente tal modulação.

Observou-se que a consideração de um limiar de decisão que maximiza o desempenho da rede primária, compromete o desempenho da rede secundária, uma vez que mais oportunidades de uso do recurso são desperdiçadas. Da mesma forma que, quando se define um limiar de decisão que prioriza o melhor desempenho da rede secundária degrada-se o desempenho da rede primária, aumentando a probabilidade de detecção incorreta acerca da presença de UPs, e consequentemente aumentando as colisões entre pacotes.

A partir de tais análises, evidencia-se a necessidade de se determinar um limiar de decisão adequado às necessidades dos UPs, a fim de garantir o parâmetro de QoS na rede primária, porém sem comprometer desnecessariamente o desempenho da rede secundária, de modo que se alcance a melhor eficiência possível na rede de Rádios Cognitivos em questão.

Capítulo 5

Conclusões

Neste trabalho analisou-se o desempenho de uma rede de Rádios Cognitivos considerando sensoriamento espectral perfeito e imperfeito. A análise do desempenho das redes primária e secundária foi realizada com base em três parâmetros: atraso total médio na rede primária, atraso total médio na rede secundária e métrica *Power* para a rede secundária. Além disso, analisou-se a influência do modelo de canal no desempenho das redes de Rádios Cognitivos, considerando modelos de canal AWGN e com desvanecimento Nakagami-*m*, com $m = 0.5$ e $m = 1,$ para os sistemas com sensoriamento espectral perfeito; e canal com desvanecimento Rayleigh para os sistemas onde os erros de sensoriamento espectral são considerados. As modulações consideradas nas análises foram: 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM e 1024-QAM.

No primeiro cenário analisou-se um ambiente de rádio cognitivo, considerando-se sensoriamento espectral perfeito, onde o tráfego da rede é modelado por uma fila *M/G/1* com prioridades, sendo a classe dos UPs prioritária e a classe dos USs oportunista. Além disso, considerou-se que pacotes recebidos com erro são retransmitidos, sendo o número máximo de retransmissões ilimitadas em determinados cenários, e limitadas em outros cenários. Analisou-se a influência do modelo de canal, do número de retransmissões e da variação de SNR, no desempenho da rede de Rádios Cognitivos, considerando os três parâmetros de desempenho definidos anteriormente. Ao final da investigação, conclui-se que a modulação que oferece melhor desempenho para as redes primária e secundária depende do modelo de canal e da SNR no sistema. Por sua vez, quando o número máximo de retransmissões é considerado igual a 5, não se observou diferença expressiva no desempenho dos sistemas. Considerando-se $SNR = 26dB,$ quando o modelo de canal considerado é do tipo AWGN, para os três parâmetros analisados, a modulação de melhor desempenho é a modulação 1024-QAM, para ambas

as classes de usuários. Considerando a mesma SNR de $26dB$, quando os modelos de canal considerados são Rayleigh e Nakagami-*m*, com $m = 0.5$, para os três parâmetros de desempenho considerados, a modulação de melhor desempenho é a modulação 256-QAM, para ambos os modelos de canal e ambas as classes de usuários. Considerando-se $SNR = 20dB$, e modelos de canal Rayleigh e Nakagami-*m*, com $m = 0.5$, para os três parâmetros analisados, a modulação de melhor desempenho é a modulação 64-QAM, para ambos os modelos de canal e ambas as classes de usuários. Na análise onde considerou-se $SNR = 32dB$, e modelos de canal Rayleigh e Nakagami-*m*, com $m = 0.5$, para os três parâmetros analisados, a modulação de melhor desempenho é a modulação 1024-QAM, para ambos os modelos de canal e ambas as classes de usuários.

Nos cenários seguintes analisou-se um ambiente de rádio cognitivo, considerando-se sensoriamento espectral imperfeito, onde o desempenho do sistema é modelado por uma CMTC bidimensional avaliada através do método MGM. Considerou-se que as retransmissões são ilimitadas, sendo o modelo de canal adotado do tipo Rayleigh. Analisou-se a influência dos erros de sensoriamento no desempenho da rede de Rádios Cognitivos considerando os três parâmetros definidos anteriormente. Em seguida, foram analisadas as influências das variações das probabilidades de erro de sensoriamento no desempenho das redes primária e secundária, sendo considerados dois parâmetros de desempenho: atraso total médio na rede primária e atraso total médio na rede secundária. Ao final da investigação, conclui-se que, considerando $SNR = 25dB$, a modulação que oferece melhor desempenho para as redes primária e secundária é a modulação 256-QAM, evidenciando a importância de se adotar a modulação mais adequada para cada cenário proposto. Além disso, pode-se concluir que a consideração de um limiar de decisão que maximiza o desempenho da rede primária, ou seja, um valor de limiar que aumenta a probabilidade de um UP ser detectado corretamente, compromete o desempenho da rede secundária, uma vez que aumenta-se a probabilidade de que o canal seja detectado ocupado quando o mesmo está livre, assim, um número maior de oportunidades de uso do recurso por parte de USs são desperdiçadas. Da mesma forma que, quando se define um limiar de decisão que prioriza o melhor desempenho da rede secundária, degrada-se o desempenho

da rede primária, aumentando a probabilidade de detecção incorreta acerca da presença de UPs, aumentando as colisões entre os pacotes das redes primária e secundária.

Finalmente, conclui-se que analisar o desempenho de uma rede de Rádios Cognitivos, considerando possíveis variações nos parâmetros do sistema, é de fundamental importância para se garantir a viabilidade de implementação do sistema, uma vez que níveis de QoS podem ser garantidos para ambas as classes de usuários adotando-se os parâmetros adequados para cada cenário observado.

Referências Bibliográficas

[1] Haykin, S. "*Cognitive radio: brain-empowered wireless communications*", *IEEE J. Sel. Areas Commun.,* vol. 23, no. 2, pp. 201-220, Fevereiro 2005.

[2] Federal Communications Commission, "*Spectrum Policy Task Force*", Rep. ET Docket no. 02-135, Nov. 2002.

[3] Cisco, "*Cisco Visual Networking Index: Global Mobile Data Traffic Forecast Update, 2016–2021 White Paper*", [Online]. Available: http://www.cisco.com/c/en/us/solutions/collateral/service-provider/visual-networking-index-vni/mobile-white-paper-c11-520862.html.

[4] Telebrasil, "*Brasil chega a 200 milhões de acessos móveis à Internet*", [Online]. Disponível em: http://www.telebrasil.org.br/sala-de-imprensa/releases/8284-brasil-chega-a-200-milhoes-de-acessos-moveis-a-internet .

[5] Mitola, J., Maguire, G. Q. "*Cognitive radio: making software radios more personal*" IEEE Pers. Commun., vol. 6, no. 4, pp. 13–18, Agosto 1999.

[6] Yang, Z. "*Investigations of multiple access protocols in cognitive radio networks",* Ph.D. dissertation, Dept. of Elect. And Comput. Eng., Stevens Inst.of Technology, Hoboken, NJ, 2010.

[7] Liang, Y., Chen, K., Li, G. Y., Mähönen, P. "*Cognitive radio networking and communications: an overview*", IEEE Trans. on Veh. Technology, vol. 60, issue: 7, pp. 3386-3407, Junho 2011.

[8] Zhai, L., Wang, H., Gao, C. "*A Spectrum Access Based on Quality of Service (QoS) in Cognitive Radio Networks*", PLoS ONE 11(5): e0155074, 2016.

[9] Suliman, I., Lehtomaki, J. "*Queueing analysis of opportunistic access in cognitive radios*", 2009 Second International Workshop on Cognitive Radio and Advanced Spectrum Management, Aalborg, pp. 153-157, 2009.

[10] Bergamo, R. T., Cardieri, P., "*Métrica de Eficiência em Redes de Rádio Cognitivo com Fila e Retransmissão Garantida*", Simpósio Brasileiro de Telecomunicações – SBrT2013, pp. Setembro 2013.

[11] Hung, T., Duong, T. Q., Zepernick, H. "*Average waiting time of packets with different priorities in cognitive radio networks",* 2010 5th IEEE International Symposium on Wireless Pervasive Computing (ISWPC), pp. 122,127, 5-7, Maio 2010.

[12] Neuts, M. F. *Matrix-geometric Solutions in Stochastic Models: An Algorithmic Approach*, Baltimore: Johns Hopkins University Press, Print, 1981.

[13] Pollaczek, F. "*Über eine Aufgabe der Wahrscheinlichkeitstheorie"*, Mathematische Zeitschrift. 32: 64–100. 1930.

[14] Khintchine, A. Y. "*Mathematical theory of a stationary queue",* Matematicheskii Sbornik. 39 (4): 73–84. 1932.

[15] Guimaraes, D. A. *Digital Transmission*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009.

[16] Sklar, B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*, 2 edition. Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall, 2001.

[17] Cho K., Yoon, D. "*On the general BER expression of one- and two-dimensional amplitude modulations*", IEEE Trans. Commun., vol. 50, no. 7, pp. 1074–1080, Julho 2002.

[18] Tse, D., Viswanath, P. *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge University Press, 2005.

[19] Stübe, G. L. *Principles of Mobile Communication,* 2nd ed., Norwell, MA: Kluwer Academics Publishers, ch. 1-3, 2000.

[20] Stallings, W. *Wireless Communications & Networks*, 2 edition. Upper Saddle River, NJ: Pearson, 2004.

[21] Xi, Y., Burr, A., Wei, J., Grace, D. "*A General Upper Bound to Evaluate Packet Error Rate over Quasi-Static Fading Channels*", IEEE Trans. Wirel. Commun., vol. 10, no. 5, pp. 1373–1377, Maio 2011.

[22] Quazi, T., Xu, H. "Performance analysis of adaptive M-QAM over a flat-fading Nakagami-m channel," South Afr. J. Sci., vol. 107, no. 1–2, pp. 1–7, Fevereiro 2011.

[23] Liu, Q., Zhou, S., Giannakis, G. B. "*Cross-Layer combining of adaptive Modulation and coding with truncated ARQ over wireless links*", IEEE Trans. Wirel. Commun., vol. 3, no. 5, pp. 1746–1755, Setembro 2004.

[24] Snell, J. L., Grinsted, C. *Introduction to Probability*, American Mathematical Society, vol. 2. Auflage, 1997.

[25] Bolch, G., Greiner, S., de Meer, H., Trivedi, K. S. *Queueing networks and Markov chains - modeling and performance evaluation with computer science applications*, vol. 2. Wiley, 2006.

[26] Trivedi, K. S. *Probability and Statistics with Reliability, Queuing, and Computer Science Applications*, John Wiley and Sons, New York, segunda edição, 2001.

[27] Kleinrock, L. *Queuing systems – Vol. 2: Computer Applications,* Wiley, Chichester, 1976.

[28] Kendall, D. G. "*Stochastic Processes Occurring in the Theory of Queues and their Analysis by the Method of the Imbedded Markov Chain*", The Annals of Mathematical Statistics. 24(3): 338, 1953.

[29] Raj, M. R., Chandrasekar, B. "*Matrix-Geometric Method for Queueing Model with Subject to Breakdown and N-Policy Vacations*", Mathematica Aeterna, vol.5, no. 5, pp. 917-926, 2015.

[30] Giessler, A., Hänle, J., König, A., Pade, E. "*Free buffer allocation — An investigation by simulation*", Comput. Netw. 1976, vol. 2, no. 3, pp. 191–208, Julho 1978.

[31] LE, J. D. C. "*A Proof for the Queuing Formula: L= λW*", Operations Research, v. 9, p. 383-387, 1961.

[32] Digham, F.F., Alouini, M.S., Simon, M.K. "*On the Energy Detection of Unknown Signals over Fading Channels*", IEE International Conference on Communications. ICC `03, vol. 5, pp. 3575-3579, 2003.